Prof. Dr. Alfred Toth

Semiotik der Bedeutungsklassen

STL

Tucson, AZ

Title cover using a painting by Victor Vasarely.

Vorwort

Unter Bedeutungsklassen verstehen wir mit Max Bense die Menge der $3^3 = 27$ über dem triadisch-trichotomischen Zeichenschema ZR = (3.x, 2.y, 1.z) mit x, y, z $\in$ (1, 2, 3) erzeugbaren semiotischen Relationen. Bekanntlich sind die 10 Zeichenklassen, die durch die restriktive Inklusionsordnung der Trichotomien, d.h. $x \leqq y \leqq z$, aus ihnen herausgefiltert werden, eine Teilmenge der 27 Bedeutungsklassen. Indessen verfügt die Differenzmenge der 17 semiotischen Relationen, die nicht als Zeichenklassen zugelassen sind, v.a. im Bereich der durch ihre dualen Realitätsthematiken thematisierten strukturellen (entitätischen) Realitäten über Eigenschaften, die bei den Zeichenklassen fehlen. In Sonderheit tauchen weitere Formen von Eigenrealität auf. Bereits Bense hatte ja die Klasse der genuinen Kategorien, welche die Hauptdiagonale der semiotischen Matrix bildet, als „Eigenrealität schwächerer Repräsentation" bezeichnet. Tatsächlich ist die semiotische Relation (3.3, 2.2, 1.1) mit ihrer trichotomischen Ordnung $3 > 2 > 1$ ebenfalls keine Zeichenrelation. Daß sie hingegen in der semiotischen Matrix auftaucht, bedeutet, daß wir hier die Einbruchstelle zwischen der Menge der Zeichenklassen und der Menge der Bedeutungsklassen vor uns haben.

Das vorliegende Buch versammelt meine zentralen Arbeiten zu einer Semiotik der Bedeutungsklassen. Darunter ist der Versuch, eine Semiotik auf der Basis aller 27 semiotischen Relationen aufzubauen, zu verstehen und sie also nicht zum vornherein auf die Teilmenge der 10 „wohlgeformten" semiotischen Relationen zu beschränken.

Tucson, AZ, 21.11.2019 Prof. Dr. Alfred Toth

Eigenrealität und Symmetrie

1. Zeichenklassen werden normalerweise in der abstrakten Form (3.a 2.b 1.c) mit a, b, c ∈ {1, 2, 3} und a ≤ b ≤ d definiert:

1. (I → O → M)
   Beispiel: Zeichenklassen, degenerativer Graph (Bense 1971, S. 37)

Dass diese Anordnung nicht die einzige ist, zeigen die folgenden Fälle:

2. (M → O → I)
   Beispiel: Realitätsthematiken, generativer Graph (Bense 1971, S. 37)

3. (I → M → O)
   Beispiel: thetischer Graph (Bense 1971, S. 37)

4. (O → M → I)
   Beispiel: kommunikativer Graph (Bense 1971, S. 40 f.)

5. (I → M → O)
   (M → I → O)

   Beispiel: kreativer Graph (Bense 1971, S. 102)

6. (O → I → M)
   Beispiel: ? (bisher kein Fall bekannt)

Rein kombinatorisch wären bei der Gültigkeit aller 6 Zeichenstrukturen 81 triadische Zeichenklassen möglich. Nun werden diese Permutationen in der klassischen Semiotik aber durch folgende 2 Gesetze eingeschränkt:

1. Das Peircesche Prinzip der "pragmatischen Maxime" (vgl. Buczynska-Garewicz 1976), wonach a = 3, b =2 und c = 1 ist, d.h. (3.b 2.d 1.f). Damit reduzieren sich die 81 Zeichenklassen auf die 27.

2. Das Prinzip der semiotischen Inklusion, wonach in (3.b 2.d 1.f) b ≤ d ≤ f gilt. Damit reduzieren sich die 27 Zeichenklassen auf die 10, welche die formale Basis der klassischen Semiotik bilden.

Wie gesagt, Benses eigene Beispiele, die zu den oben aufgelisteten 5 von 6 möglichen Zeichenstrukturen führen, beruhen auf der Aufhebung des Prinzips der pragmatischen Maxime (resp. seiner semiotischen Anwendung). Wenn wir dieses Prinzip konsequent aufheben, bekommen wir also 27 Zeichenklassen, bei denen das semiotische Inklusionsprinzip ebenfalls aufgehoben ist. Dabei ist auch bemerkenswert, dass die kleine semiotische Matrix, aus deren Subzeichen ja alle 10 klassischen Zeichenklassen zusammengesetzt sind, bereits eine Zeichenklasse enthält, die gegen das Inklusionsprinzip verstösst: die Genuine Kategorienklasse (3.3 2.2 1.1). Ausserdem sind sämtliche 10 Realitätsthematiken mit Ausnahme derjenigen der dual-invarianten Zeichenklasse (3.1 2.2 1.3) nicht gemäss dem Inklusionsprinzip konstruiert. Auch die 27 dyadischen Subzeichen-Paare, die Bense in seinem "vollständigen triadisch-trichotomischen Zeichenkreis" aufführt (Bense 1975, S. 112) enthalten alle möglichen Kombinationen und nicht nur die durch das Inklusionsprinzip eingeschränkten. Ferner bilden diese 27 nicht-inklusiv gewonnenen Subzeichen nach Walther die Basis für die Bildung von Zeichenklassen (Walther 1979, S. 79).

2. Nun haben wir aber in einer früheren Studie bewiesen (Toth 2008a), dass bei Zeichenklassen zwischen zwei Formen von Umkehrung unterschieden werden muss:

1. Dualisation im Sinne der Umkehrung der Reihenfolge sowohl der Subzeichen als auch der sie konstituierenden Primzeichen:

(a.b c.d e.f) × (f.e) (d.c) (b.a)

Beispiele: Sämtliche Realitätsthematiken.

2. Inversion im Sinne der Umkehrung der Reihenfolge der Subzeichen, nicht jedoch der sie konstituierenden Primzeichen:

(a.b c.d e.f) — (e.f c.d a.b)

Beispiele: Sämtliche hetero-morphismischen Funktionen in semiotischen Diamanten

(e.f c.d a.b) stellt also neben der "Grundform" der Zeichenklassen (a.b c.d e.f) und der "Grundform" der Realitätsthematiken (f.e) (d.c) (b.a) eine weitere mögliche Zeichenstruktur dar. Nun ist (e.f c.d a.b) aber nur eine von 6 möglichen Transpositionen:

(e.f c.d a.b)	(c.d e.f a.b)	(a.b e.f c.d)
(e.f a.b c.d)	(c.d a.b e.f)	(a.b c.d e.f),

die ausserdem natürlich wiederum dualisiert werden können:

(b.a d.c f.e)	(b.a f.e d.c)	(d.c f.e b.a)

(d.c b.a f.e)	(f.e b.a d.c)	(f.e d.c b.a),

so dass wir also für jede der 10 klassischen Zeichenklassen 12 Zeichenstrukturen erhalten, von denen 6 Transpositionen und 6 ihre Dualisationen sind. Mit anderen Worten: Die 2 Zeichenstrukturen, genannt Zeichenklasse und Realitätsthematik, der klassischen Semiotik stellen semiotisch betrachtet Fragmente der totalen Repräsentationsstruktur von 12 Zeichenstrukturen dar. Die Verhältnisse sind damit sehr ähnliche wie in der Logik, wo die klassischen 9 Repräsentationsschemata ein Fragment der 15 möglichen Repräsentationsschemata darstellen (Günther 1964, S. 97).

3. Um symmetrisch-eigenreale Strukturen zu erkennen (im folgenden unterstrichen), schreiben wir nun alle 10 x 12 in der triadisch-trichotomischen Semiotik möglichen Zeichenstrukturen auf, und zwar sowohl numerisch als auch kategorietheoretisch:

3.1 2.1 1.1	3.1 1.1 2.1	2.1 3.1 1.1	2.1 1.1 3.1	1.1 3.1 2.1	1.1 2.1 3.1
1.1 1.2 1.3	1.2 1.1 1.3	1.1 1.3 1.2	1.3 1.1 1.2	1.2 1.3 1.1	1.3 1.2 1.1

$[[\beta^\circ, \mathrm{id}1], [\alpha^\circ, \mathrm{id}1]]$	$[[\alpha^\circ\beta^\circ, \mathrm{id}1], [\alpha, \mathrm{id}1]]$	$[[\beta, \mathrm{id}1], [\alpha^\circ\beta^\circ, \mathrm{id}1]]$
$[[\mathrm{id}1, \alpha], [\mathrm{id}1, \beta]]$	$[[\mathrm{id}1, \alpha^\circ], [\mathrm{id}1, \beta\alpha]]$	$[[\mathrm{id}1, \beta\alpha], [\mathrm{id}1, \beta^\circ]]$
$[[\alpha^\circ, \mathrm{id}1], [\beta\alpha, \mathrm{id}1]]$	$[[\beta\alpha, \mathrm{id}1], [\beta^\circ, \mathrm{id}1]]$	$[[\alpha, \mathrm{id}1], [\beta, \mathrm{id}1]]$
$[[\mathrm{id}1, \alpha^\circ\beta^\circ], [\mathrm{id}1, \alpha]]$	$[[\mathrm{id}1, \beta], [\mathrm{id}1, \alpha^\circ\beta^\circ]]$	$[[\mathrm{id}1, \beta^\circ], [\mathrm{id}1, \alpha^\circ]]$

3.1 2.1 1.2	3.1 1.2 2.1	$\underline{2.1\ 3.1\ 1.2}$	2.1 1.2 3.1	$\underline{1.2\ 3.1\ 2.1}$	1.2 2.1 3.1
2.1 1.2 1.3	1.2 2.1 1.3	$\underline{2.1\ 1.3\ 1.2}$	1.3 2.1 1.2	$\underline{1.2\ 1.3\ 2.1}$	1.3 1.2 2.1

$[[\beta^\circ, \mathrm{id}1], [\alpha^\circ, \alpha]]$	$[[\alpha^\circ\beta^\circ, \alpha], [\alpha, \alpha^\circ]]$	$[[\beta, \mathrm{id}1], [\alpha^\circ\beta^\circ, \alpha]]$
$[[\alpha^\circ, \alpha], [\mathrm{id}1, \beta]]$	$[[\alpha, \alpha^\circ], \alpha^\circ, \beta\alpha]]$	$[[\alpha^\circ, \beta\alpha], [\mathrm{id}1, \beta^\circ]]$
$[[\alpha^\circ, \alpha], [\beta\alpha, \alpha^\circ]]$	$[[\beta\alpha, \alpha^\circ], [\beta^\circ, \mathrm{id}1]]$	$[[\alpha, \alpha^\circ], [\beta, \mathrm{id}1]]$
$[[\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [\alpha^\circ, \alpha]]$	$[[\mathrm{id}1, \beta], [\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ]]$	$[[\mathrm{id}1, \beta^\circ], [\alpha, \alpha^\circ]]$

$\underline{3.1\ 2.1\ 1.3}$ 3.1 1.3 2.1 2.1 3.1 1.3 2.1 1.3 3.1 1.3 3.1 2.1 $\underline{1.3\ 2.1\ 3.1}$

$\underline{3.1\ 1.2\ 1.3}$ 1.2 3.1 1.3 3.1 1.3 1.2 1.3 3.1 1.2 1.2 1.3 3.1 $\underline{1.3\ 1.2\ 3.1}$

$[[\beta^\circ, \mathrm{id}1], [\alpha^\circ, \beta\alpha]]$ $[[\alpha^\circ\beta^\circ, \beta\alpha], [\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ]]$ $[[\beta, \mathrm{id}1], [\alpha^\circ\beta^\circ, \beta\alpha]]$

$[[\alpha^\circ\beta^\circ, \alpha], [\mathrm{id}1, \beta]]$ $[[\beta\alpha, \alpha^\circ], [\alpha^\circ\beta^\circ, \beta\alpha]]$ $[[\alpha^\circ\beta^\circ, \beta\alpha], [\mathrm{id}1, \beta^\circ]]$

$[[\alpha^\circ, \beta\alpha], [\beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ]]$ $[[\beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [\beta^\circ, \mathrm{id}1]]$ $[[\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [\beta, \mathrm{id}1]]$

$[[\beta\alpha, \mathrm{id}1], [\alpha^\circ\beta^\circ, \alpha]]$ $[[\mathrm{id}1, \beta], [\beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ]]$ $[[\mathrm{id}1, \beta^\circ], [\beta\alpha, \mathrm{id}1]]$

$\underline{3.1\ 2.2\ 1.1}$ $\underline{3.1\ 1.1\ 2.2}$ $\underline{2.2\ 3.1\ 1.1}$ $\underline{2.2\ 1.1\ 3.1}$ $\underline{1.1\ 3.1\ 2.2}$ $\underline{1.1\ 2.2\ 3.1}$

$\underline{1.1\ 2.2\ 1.3}$ $\underline{2.2\ 1.1\ 1.3}$ $\underline{1.1\ 1.3\ 2.2}$ $\underline{1.3\ 1.1\ 2.2}$ $\underline{2.2\ 1.3\ 1.1}$ $\underline{1.3\ 2.2\ 1.1}$

$[[\beta^\circ, \alpha], [\alpha^\circ, \alpha^\circ]]$ $[[\alpha^\circ\beta^\circ, \mathrm{id}1], [\alpha, \alpha]]$ $[[\beta, \alpha^\circ], [\alpha^\circ\beta^\circ, \mathrm{id}1]]$

$[[\alpha, \alpha], [\alpha^\circ, \beta]]$ $[[\alpha^\circ, \alpha^\circ], [\mathrm{id}1, \beta\alpha]]$ $[[\mathrm{id}1, \beta\alpha], [\alpha, \beta^\circ]]$

$[[\alpha^\circ, \alpha^\circ], [\beta\alpha, \mathrm{id}1]]$ $[[\beta\alpha, \mathrm{id}1], [\beta^\circ, \alpha]]$ $[[\alpha, \alpha], [\beta, \alpha^\circ]]$

$[[\mathrm{id}1, \alpha^\circ\beta^\circ], [\alpha, \alpha]]$ $[[\alpha^\circ, \beta], [\mathrm{id}1, \alpha^\circ\beta^\circ]]$ $[[\alpha, \beta^\circ], [\alpha^\circ, \alpha^\circ]]$

3.1 2.2 1.2 3.1 1.2 2.2 2.2 3.1 1.2 2.2 1.2 3.1 1.2 3.1 2.2 1.2 2.2 3.1

2.1 2.2 1.3 2.2 2.1 1.3 2.1 1.3 2.2 1.3 2.1 2.2 2.2 1.3 2.1 1.3 2.2 2.1

$[[\beta^\circ, \alpha], [\alpha^\circ, \mathrm{id}2]]$ $[[\alpha^\circ\beta^\circ, \alpha], [\alpha, \mathrm{id}2]]$ $[[\beta, \alpha^\circ], [\alpha^\circ\beta^\circ, \alpha]]$

$[[\mathrm{id}2, \alpha], [\alpha^\circ, \beta]]$ $[[\mathrm{id}2, \alpha^\circ], [\alpha^\circ, \beta\alpha]]$ $[[\alpha^\circ, \beta\alpha], [\alpha, \beta^\circ]]$

$[[\alpha^\circ, \mathrm{id}2], [\beta\alpha, \mathrm{id}1]]$ $[[\beta\alpha, \alpha^\circ], [\beta^\circ, \alpha]]$ $[[\alpha, \mathrm{id}2], [\beta, \alpha^\circ]]$

$[[\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [\mathrm{id}2, \alpha]]$ $[[\alpha^\circ, \beta], [\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ]]$ $[[\alpha, \beta^\circ], [\mathrm{id}2, \alpha^\circ]]$

$\underline{3.1\ 2.2\ 1.3}$ 3.1 1.3 2.2 2.2 3.1 1.3 2.2 1.3 3.1 1.3 3.1 2.2 $\underline{1.3\ 2.2\ 3.1}$

$\underline{3.1\ 2.2\ 1.3}$ 2.2 3.1 1.3 3.1 1.3 2.2 1.3 3.1 2.2 2.2 1.3 3.1 $\underline{1.3\ 2.2\ 3.1}$

[[β°, α], [α°, β]]	[[α°β°, βα], [α, β°]]	[[β, α°], [α°β°, βα]]
[[β°, α], [α°, β]]	[[β, α°], [α°β°, βα]]	[[α°β°, βα], [α, β°]]

[[α°, β], [βα, α°β°]]	[[βα, α°β°], [β°, α]]	[[α, β°], [β, α°]]
[[βα, α°β°], [β°, α]]	[[α°, β], [βα, α°β°]]	[[α, β°], [β, α°]]

3.1 2.3 1.1	3.1 1.1 2.3	2.3 3.1 1.1	2.3 1.1 3.1	1.1 3.1 2.3	1.1 2.3 3.1
1.1 3.2 1.3	3.2 1.1 1.3	1.1 1.3 3.2	1.3 1.1 3.2	3.2 1.3 1.1	1.3 3.2 1.1

[[β°, βα], [α°, α°β°]]	[[α°β°, id1], [α, βα]]	[[β, α°β°], [α°β°, id1]]
[[βα, α], [α°β°, β]]	[[α°β°, α°], [id1, βα]]	[[id1, βα], [βα, β°]]

[[α°, α°β°], [βα, id1]]	[[βα, id1], [β°, βα]]	[[α, βα], [β, α°β°]]
[[id1, α°β°], [βα, α]]	[[α°β°, β], [id1, α°β°]]	[[βα, β°], [α°β°, α°]]

3.1 2.3 1.2	3.1 1.2 2.3	2.3 3.1 1.2	2.3 1.2 3.1	1.2 3.1 2.3	1.2 2.3 3.1
2.1 3.2 1.3	3.2 2.1 1.3	2.1 1.3 3.2	1.3 2.1 3.2	3.2 1.3 2.1	1.3 3.2 2.1

[[β°, βα], [α°, β°]]	[[α°β°, α], [α, β]]	[[β, α°β°], [α°β°, α]]
[[β, α], [α°β°, β]]	[[β°, α°], [α°, βα]]	[[α°, βα], [βα, β°]]

[[α°, β°], [βα, α°]]	[[βα, α°], [β°, βα]]	[[α, β], [β, α°β°]]
[[α, α°β°], [β, α]]	[[α°β°, β], [α, α°β°]]	[[βα, β°], [β°, α°]]

<u>3.1 2.3 1.3</u>	3.1 1.3 2.3	2.3 3.1 1.3	2.3 1.3 3.1	1.3 3.1 2.3	<u>1.3 2.3 3.1</u>
<u>3.1 3.2 1.3</u>	3.2 3.1 1.3	3.1 1.3 3.2	1.3 3.1 3.2	3.2 1.3 3.1	<u>1.3 3.2 3.1</u>

[[β°, βα], [α°, id3]]	[[α°β°, βα], [α, id3]]	[[β, α°β°], [α°β°, βα]]
[[id3, α], [α°β°, β]]	[[id3, α°], [α°β°, βα]]	[[α°β°, βα], [βα, β°]]

$[[\alpha^\circ, id3], [\beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ]]$	$[[\beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [\beta^\circ, \beta\alpha]]$	$[[\alpha, id3], [\beta, \alpha^\circ\beta^\circ]]$
$[[\beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [id3, \alpha]]$	$[[\alpha^\circ\beta^\circ, \beta], [\beta\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ]]$	$[[\beta\alpha, \beta^\circ], [id3, \alpha^\circ]]$

3.2 2.1 1.1	3.2 1.1 2.1	2.1 3.2 1.1	2.1 1.1 3.2	1.1 3.2 2.1	1.1 2.1 3.2
1.1 1.2 2.3	1.2 1.1 2.3	1.1 2.3 1.2	2.3 1.1 1.2	1.2 2.3 1.1	2.3 1.2 1.1

$[[\beta^\circ, \alpha^\circ], [\alpha^\circ, id1]]$	$[[\alpha^\circ\beta^\circ, \alpha^\circ], [\alpha, id1]]$	$[[\beta, \alpha], [\alpha^\circ\beta^\circ, \alpha^\circ]]$
$[[id1, \alpha], [\alpha, \beta]]$	$[[id1, \alpha^\circ], [\alpha, \beta\alpha]]$	$[[\alpha, \beta\alpha], [\alpha^\circ, \beta^\circ]]$

$[[\alpha^\circ, id1], [\beta\alpha, \alpha]]$	$[[\beta\alpha, \alpha], [\beta^\circ, \alpha^\circ]]$	$[[\alpha, id1], [\beta, \alpha]]$
$[[\alpha^\circ, \alpha^\circ\beta^\circ], [id1, \alpha]]$	$[[\alpha, \beta], [\alpha^\circ, \alpha^\circ\beta^\circ]]$	$[[\alpha^\circ, \beta^\circ], [id1, \alpha^\circ]]$

3.2 2.1 1.2	3.2 1.2 2.1	2.1 3.2 1.2	2.1 1.2 3.2	1.2 3.2 2.1	1.2 2.1 3.2
2.1 1.2 2.3	1.2 2.1 2.3	2.1 2.3 1.2	2.3 2.1 1.2	1.2 2.3 2.1	2.3 1.2 2.1

$[[\beta^\circ, \alpha^\circ], [\alpha^\circ, \alpha]]$	$[[\alpha^\circ\beta^\circ, id2], [\alpha, \alpha^\circ]]$	$[[\beta, \alpha], [\alpha^\circ\beta^\circ, id2]]$
$[[\alpha^\circ, \alpha], [\alpha, \beta]]$	$[[\alpha, \alpha^\circ], [id2, \beta\alpha]]$	$[[id2, \beta\alpha], [\alpha^\circ, \beta^\circ]]$

$[[\alpha^\circ, \alpha], [\beta\alpha, id2]]$	$[[\beta\alpha, id2], [\beta^\circ, \alpha^\circ]]$	$[\alpha, \alpha^\circ], [\beta, \alpha]]$
$[[id2, \alpha^\circ\beta^\circ], [\alpha^\circ, \alpha]]$	$[[\alpha, \beta], [id2, \alpha^\circ\beta^\circ]]$	$[[\alpha^\circ, \beta^\circ], [\alpha, \alpha^\circ]]$

3.2 2.1 1.3	3.2 1.3 2.1	2.1 3.2 1.3	2.1 1.3 3.2	1.3 3.2 2.1	1.3 2.1 3.2
3.1 1.2 2.3	1.2 3.1 2.3	3.1 2.3 1.2	2.3 3.1 1.2	1.2 2.3 3.1	2.3 1.2 3.1

$[[\beta^\circ, \alpha^\circ], [\alpha^\circ, \beta\alpha]]$	$[[\alpha^\circ\beta^\circ, \beta], [\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ]]$	$[[\beta, \alpha], [\alpha^\circ\beta^\circ, \beta]]$
$[[\alpha^\circ\beta^\circ, \alpha], [\alpha, \beta]]$	$[[\beta\alpha, \alpha^\circ], [\beta^\circ, \beta\alpha]]$	$[[\beta^\circ, \beta\alpha], [\alpha^\circ, \beta^\circ]]$

$[[\alpha^\circ, \beta\alpha], [\beta\alpha, \beta^\circ]]$	$[[\beta\alpha, \beta^\circ], [\beta^\circ, \alpha^\circ]]$	$[[\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [\beta, \alpha]]$
$[[\beta, \alpha^\circ\beta^\circ], [\alpha^\circ\beta^\circ, \alpha]]$	$[[\alpha, \beta], [\beta, \alpha^\circ\beta^\circ]]$	$[[\alpha^\circ, \beta^\circ], [\alpha^\circ\beta^\circ, \alpha^\circ]]$

$\underline{3.2\ 2.2\ 1.1}$	$\underline{3.2\ 1.1\ 2.2}$	$\underline{2.2\ 3.2\ 1.1}$	$\underline{2.2\ 1.1\ 3.2}$	$\underline{1.1\ 3.2\ 2.2}$	$\underline{1.1\ 2.2\ 3.2}$
$\underline{1.1\ 2.2\ 2.3}$	$\underline{2.2\ 1.1\ 2.3}$	$\underline{1.1\ 2.3\ 2.2}$	$\underline{2.3\ 1.1\ 2.2}$	$\underline{2.2\ 2.3\ 1.1}$	$\underline{2.3\ 2.2\ 1.1}$

$[[\beta^\circ, id2], [\alpha^\circ, \alpha^\circ]]$	$[[\alpha^\circ\beta^\circ, \alpha^\circ], [\alpha, \alpha]]$	$[[\beta, id2], [\alpha^\circ\beta^\circ, \alpha^\circ]]$
$[[\alpha, \alpha], [\beta, \beta]]$	$[[\alpha^\circ, \alpha^\circ], [\alpha, \beta\alpha]]$	$[[\alpha, \beta\alpha], [id2, \beta^\circ]]$

$[[\alpha^\circ, \alpha^\circ], [\beta\alpha, \alpha]]$	$[[\beta\alpha, \alpha], [\beta^\circ, id2]]$	$[[\alpha, \alpha], [\beta, id2]]$
$[[\alpha^\circ, \alpha^\circ\beta^\circ], [\alpha, \alpha]]$	$[[id2, \beta], [\alpha^\circ, \alpha^\circ\beta^\circ]]$	$[[id2, \beta^\circ], [\alpha^\circ, \alpha^\circ]]$

3.2 2.2 1.2	3.2 1.2 2.2	2.2 3.2 1.2	2.2 1.2 3.2	1.2 3.2 2.2	1.2 2.2 3.2
2.1 2.2 2.3	2.2 2.1 2.3	2.1 2.3 2.2	2.3 2.1 2.2	2.2 2.3 2.1	2.3 2.2 2.1

$[[\beta^\circ, id2], [\alpha^\circ, id2]]$	$[[\alpha^\circ\beta^\circ, id2], [\alpha, id2]]$	$[[\beta, id2], [\alpha^\circ\beta^\circ, id2]]$
$[[id2, \alpha], [id2, \beta]]$	$[[id2, \alpha^\circ], [id2, \beta\alpha]]$	$[[id2, \beta\alpha], [id2, \beta^\circ]]$

$[[\alpha^\circ, id2], [\beta\alpha, id2]]$	$[[\beta\alpha, id2], [\beta^\circ, id2]]$	$[[\alpha, id2], [\beta, id2]]$
$[[id2, \alpha^\circ\beta^\circ], [id2, \alpha]]$	$[[id2, \beta], [id2, \alpha^\circ\beta^\circ]]$	$[[id2, \beta^\circ], [id2, \alpha^\circ]]$

3.2 2.2 1.3	3.2 1.3 2.2	2.2 3.2 1.3	2.2 1.3 3.2	1.3 3.2 2.2	1.3 2.2 3.2
3.1 2.2 2.3	2.2 3.1 2.3	3.1 2.3 2.2	2.3 3.1 2.2	2.2 2.3 3.1	2.3 2.2 3.1

$[[\beta^\circ, id2], [\alpha^\circ, \beta]]$	$[[\alpha^\circ\beta^\circ, \beta], [\alpha, \beta^\circ]]$	$[[\beta, id2], [\alpha^\circ\beta^\circ, \beta]]$
$[[\beta^\circ, \alpha], [id2, \beta]]$	$[[\beta, \alpha^\circ], [\beta^\circ, \beta\alpha]]$	$[[\beta^\circ, \beta\alpha], [id2, \beta^\circ]]$

[[α°, β], [βα, β°]]	[[βα, β°], [β°, id2]]	[[α, β°], [β, id2]]
[[β, α°β°], [β°, α]]	[[id2, β], [β, α°β°]]	[[id2, β°], [β, α°]]

3.2 2.3 1.1	3.2 1.1 2.3	2.3 3.2 1.1	2.3 1.1 3.2	1.1 3.2 2.3	1.1 2.3 3.2
1.1 3.2 2.3	3.2 1.1 2.3	1.1 2.3 3.2	2.3 1.1 3.2	3.2 2.3 1.1	2.3 3.2 1.1

[[β°, β], [α°, α°β°]]	[[α°β°, α°], [α, βα]]	[[β, β°], [α°β°, α°]]
[[βα, α], [β°, β]]	[[α°β°, α°], [α, βα]]	[[α, βα], [β, β°]]

[[α°, α°β°], [βα, α]]	[[βα, α], [β°, β]]	[[α, βα], [β, β°]]
[[α°, α°β°], [βα, α]]	[[β°, β], [α°, α°β°]]	[[β, β°], [α°β°, α°]]

3.2 2.3 1.2	3.2 1.2 2.3	2.3 3.2 1.2	2.3 1.2 3.2	1.2 3.2 2.3	1.2 2.3 3.2
2.1 3.2 2.3	3.2 2.1 2.3	2.1 2.3 3.2	2.3 2.1 3.2	3.2 2.3 2.1	2.3 3.2 2.1

[[β°, β], [α°, β°]]	[[α°β°, id2], [α, β]]	[[β, β°], [α°β°, id2]]
[[β, α], [β°, β]]	[[β°, α°], [id2, βα]]	[[id2, βα], [β, β°]]

[[α°, β°], [βα, id2]]	[[βα, id2], [β°, β]]	[[α, β], [β, β°]]
[[id2, α°β°], [β, α]]	[[β°, β], [id2, α°β°]]	[[β, β°], [β°, α°]]

3.2 2.3 1.3	3.2 1.3 2.3	2.3 3.2 1.3	2.3 1.3 3.2	1.3 3.2 2.3	1.3 2.3 3.2
3.1 3.2 2.3	3.2 3.1 2.3	3.1 2.3 3.2	2.3 3.1 3.2	3.2 2.3 3.1	2.3 3.2 3.1

[[β°, β], [α°, id3]]	[[α°β°, β], [α, id3]]	[[β, β°], [α°β°, β]]
[[id3, α], [β°, β]]	[[id3, α°], [β°, βα]]	[[β°, βα], [β, β°]]

[[α°, id3], [βα, β°]]   [[βα, β°], [β°, β]]   [[α, id3], [β, β°]]

[[β, α°β°], [id3, α]]   [[β°, β], [β, α°β°]]   [[β, β°], [id3, α°]]

<u>3.3 2.1 1.1</u>   <u>3.3 1.1 2.1</u>   <u>2.1 3.3 1.1</u>   <u>2.1 1.1 3.3</u>   <u>1.1 3.3 2.1</u>   <u>1.1 2.1 3.3</u>

<u>1.1 1.2 3.3</u>   <u>1.2 1.1 3.3</u>   <u>1.1 3.3 1.2</u>   <u>3.3 1.1 1.2</u>   <u>1.2 3.3 1.1</u>   <u>3.3 1.2 1.1</u>

[[β°, α°β°], [α°, id1]]   [[α°β°, α°β°], [α, id1]]   [[β, βα], [α°β°, α°β°]]

[[id1, α], [βα, β]]   [[id1, α°], [βα, βα]]   [[βα, βα], [α°β°, β°]]

[[α°, id1], [βα, βα]]   [[βα, βα], [β°, α°β°]]   [[α, id1], [β, βα]]

[[α°β°, α°β°], [id1, α]]   [[βα, β], [α°β°, α°β°]]   [[α°β°, β°], [id1, α°]]

3.3 2.1 1.2   3.3 1.2 2.1   <u>2.1 3.3 1.2</u>   2.1 1.2 3.3   <u>1.2 3.3 2.1</u>   1.2 2.1 3.3

2.1 1.2 3.3   1.2 2.1 3.3   <u>2.1 3.3 1.2</u>   3.3 2.1 1.2   <u>1.2 3.3 2.1</u>   3.3 1.2 2.1

[[β°, α°β°], [α°, α]]   [[α°β°, β°], [α, α°]]   [[β, βα], [α°β°, β°]]

[[α°, α], [βα, β]]   [[α, α°], [β, βα]]   [[β, βα], [α°β°, β°]]

[[α°, α], [βα, β]]   [[βα, β], [β°, α°β°]]   [[α, α°], [β, βα]]

[[β°, α°β°], [α°, α]]   [βα, β], [β°, α°β°]]   [[α°β°, β°], [α, α°]]

3.3 2.1 1.3   3.3 1.3 2.1   2.1 3.3 1.3   2.1 1.3 3.3   1.3 3.3 2.1   1.3 2.1 3.3

3.1 1.2 3.3   1.2 3.1 3.3   3.1 3.3 1.2   3.3 3.1 1.2   1.2 3.3 3.1   3.3 1.2 3.1

[[β°, α°β°], [α°, βα]]   [[α°β°, id3], [α, α°β°]]   [[β, βα], [α°β°, id3]]

$[[\alpha^\circ\beta^\circ, \alpha], [\beta\alpha, \beta]]$	$[[\beta\alpha, \alpha^\circ], [id3, \beta\alpha]]$	$[[id3, \beta\alpha], [\alpha^\circ\beta^\circ, \beta^\circ]]$

$[[\alpha^\circ, \beta\alpha], [\beta\alpha, id3]]$	$[[\beta\alpha, id3], [\beta^\circ, \alpha^\circ\beta^\circ]]$	$[\alpha, \alpha^\circ\beta^\circ], [\beta, \beta\alpha]]$
$[[id3, \alpha^\circ\beta^\circ], [\alpha^\circ\beta^\circ, \alpha]]$	$[[\beta\alpha, \beta], [id3, \alpha^\circ\beta^\circ]]$	$[[\alpha^\circ\beta^\circ, \beta^\circ], [\beta\alpha, \alpha^\circ]]$

3.3 2.2 1.1	3.3 1.1 2.2	2.2 3.3 1.1	2.2 1.1 3.3	1.1 3.3 2.2	1.1 2.2 3.3
1.1 2.2 3.3	2.2 1.1 3.3	1.1 3.3 2.2	3.3 1.1 2.2	2.2 3.3 1.1	3.3 2.2 1.1

$[[\beta^\circ, \beta^\circ], [\alpha^\circ, \alpha^\circ]]$	$[[\alpha^\circ\beta^\circ, \alpha^\circ\beta^\circ], [\alpha, \alpha]]$	$[[\beta, \beta], [\alpha^\circ\beta^\circ, \alpha^\circ\beta^\circ]]$
$[[\alpha, \alpha], [\beta, \beta]]$	$[[\alpha^\circ, \alpha^\circ], [\beta\alpha, \beta\alpha]]$	$[[\beta\alpha, \beta\alpha], [\beta^\circ, \beta^\circ]]$

$[[\alpha^\circ, \alpha^\circ], [\beta\alpha, \beta\alpha]]$	$[[\beta\alpha, \beta\alpha], [\beta^\circ, \beta^\circ]]$	$[[\alpha, \alpha], [\beta, \beta]]$
$[[\alpha^\circ\beta^\circ, \alpha^\circ\beta^\circ], [\alpha, \alpha]]$	$[[\beta, \beta], [\alpha^\circ\beta^\circ, \alpha^\circ\beta^\circ]]$	$[[\beta^\circ, \beta^\circ], [\alpha^\circ, \alpha^\circ]]$

3.3 2.2 1.2	3.3 1.2 2.2	2.2 3.3 1.2	2.2 1.2 3.3	1.2 3.3 2.2	1.2 2.2 3.3
2.1 2.2 3.3	2.2 2.1 3.3	2.1 3.3 2.2	3.3 2.1 2.2	2.2 3.3 2.1	3.3 2.2 2.1

$[[\beta^\circ, \beta^\circ], [\alpha^\circ, id2]]$	$[[\alpha^\circ\beta^\circ, \beta^\circ], [\alpha, id2]]$	$[[\beta, \beta], [\alpha^\circ\beta^\circ, \beta^\circ]]$
$[[id2, \alpha], [\beta, \beta]]$	$[[id2, \alpha^\circ], [\beta, \beta\alpha]]$	$[[\beta, \beta\alpha], [\beta^\circ, \beta^\circ]]$

$[[\alpha^\circ, id2], [\beta\alpha, \beta]]$	$[[\beta\alpha, \beta], [\beta^\circ, \beta^\circ]]$	$[[\alpha, \alpha], [\beta, \beta]]$
$[[\beta^\circ, \alpha^\circ\beta^\circ], [id2, \alpha]]$	$[[\beta, \beta], [\beta^\circ, \alpha^\circ\beta^\circ]]$	$[[\beta^\circ, \beta^\circ], [id2, \alpha^\circ]]$

3.3 2.2 1.3 3.3 1.3 2.2 2.2 3.3 1.3 2.2 1.3 3.3 1.3 3.3 2.2 1.3 2.2 3.3

3.1 2.2 3.3 2.2 3.1 3.3 3.1 3.3 2.2 3.3 3.1 2.2 2.2 3.3 3.1 3.3 2.2 3.1

$[[\beta^\circ, \beta^\circ], [\alpha^\circ, \beta]]$ $[[\alpha^\circ\beta^\circ, \mathrm{id}3], [\alpha, \beta^\circ]]$ $[[\beta, \beta], [\alpha^\circ\beta^\circ, \mathrm{id}3]]$

$[[\beta^\circ, \alpha], [\beta, \beta]]$ $[[\beta, \alpha^\circ], [\mathrm{id}3, \beta\alpha]]$ $[[\mathrm{id}3, \beta\alpha], [\beta^\circ, \beta^\circ]]$

$[[\alpha^\circ, \beta], [\beta\alpha, \mathrm{id}3]]$ $[[\beta\alpha, \mathrm{id}3], [\beta^\circ, \beta^\circ]]$ $[[\alpha, \beta^\circ], [\beta, \beta]]$

$[[\mathrm{id}3, \alpha^\circ\beta^\circ], [\beta^\circ, \alpha]]$ $[[\beta, \beta], [\mathrm{id}3, \alpha^\circ\beta^\circ]]$ $[[\beta^\circ, \beta^\circ], [\beta, \alpha^\circ]]$

3.3 2.3 1.1 3.3 1.1 2.3 2.3 3.3 1.1 2.3 1.1 3.3 1.1 3.3 2.3 1.1 2.3 3.3

1.1 3.2 3.3 3.2 1.1 3.3 1.1 3.3 3.2 3.3 1.1 3.2 3.2 3.3 1.1 3.3 3.2 1.1

$[[\beta^\circ, \mathrm{id}3], [\alpha^\circ, \alpha^\circ\beta^\circ]]$ $[[\alpha^\circ\beta^\circ, \alpha^\circ\beta^\circ], [\alpha, \beta\alpha]]$ $[[\beta, \mathrm{id}3], [\alpha^\circ\beta^\circ, \alpha^\circ\beta^\circ]]$

$[[\beta\alpha, \alpha], [\mathrm{id}3, \beta]]$ $[[\alpha^\circ\beta^\circ, \alpha^\circ], [\beta\alpha, \beta\alpha]]$ $[[\beta\alpha, \beta\alpha], [\mathrm{id}3, \beta^\circ]]$

$[[\alpha^\circ, \alpha^\circ\beta^\circ], [\beta\alpha, \beta\alpha]]$ $[[\beta\alpha, \beta\alpha], [\beta^\circ, \mathrm{id}3]]$ $[[\alpha, \beta\alpha], [\beta, \mathrm{id}3]]$

$[[\alpha^\circ\beta^\circ, \alpha^\circ\beta^\circ], [\beta\alpha, \alpha]]$ $[[\mathrm{id}3, \beta], [\alpha^\circ\beta^\circ, \alpha^\circ\beta^\circ]]$ $[[\mathrm{id}3, \beta^\circ], [\alpha^\circ\beta^\circ, \alpha^\circ]]$

3.3 2.3 1.2 3.3 1.2 2.3 2.3 3.3 1.2 2.3 1.2 3.3 1.2 3.3 2.3 1.2 2.3 3.3

2.1 3.2 3.3 3.2 2.1 3.3 2.1 3.3 3.2 3.3 2.1 3.2 3.2 3.3 2.1 3.3 3.2 2.1

$[[\beta^\circ, \mathrm{id}3], [\alpha^\circ, \beta^\circ]]$ $[[\alpha^\circ\beta^\circ, \beta^\circ], [\alpha, \beta]]$ $[[\beta, \mathrm{id}3], [\alpha^\circ\beta^\circ, \beta^\circ]]$

$[[\beta, \alpha], [\mathrm{id}3, \beta]]$ $[[\beta^\circ, \alpha^\circ], [\beta, \beta\alpha]]$ $[[\beta, \beta\alpha], [\mathrm{id}3, \beta^\circ]]$

$[[\alpha^\circ, \beta^\circ], [\beta\alpha, \beta]]$ $[[\beta\alpha, \beta], [\beta^\circ, \mathrm{id}3]]$ $[[\alpha, \beta], [\beta, \mathrm{id}3]]$

$[[\beta°, \beta], [\beta°, \alpha°\beta°]]$ $[[id3, \beta], [\beta°, \alpha°\beta°]]$ $[[id3, \beta°], [\beta°, \alpha°]]$

3.3 2.3 1.3 3.3 1.3 2.3 2.3 3.3 1.3 2.3 1.3 3.3 1.3 3.3 2.3 1.3 2.3 3.3

3.1 3.2 3.3 3.2 3.1 3.3 3.1 3.3 3.2 3.3 3.1 3.2 3.2 3.3 3.1 3.3 3.2 3.1

$[[\beta°, id3], [\alpha°, id3]]$ $[[\alpha°\beta°, id3], [\alpha, id3]]$ $[[\beta, id3], [\alpha°\beta°, id3]]$

$[[id3, \alpha], [id3, \beta]]$ $[[id3, \alpha°], [id3, \beta\alpha]]$ $[[id3, \beta\alpha], [id3, \beta°]]$

$[[\alpha°, id3], [\beta\alpha, id3]]$ $[[\beta\alpha, id3], [\beta°, id3]]$ $[[\alpha, id3], [\beta, id3]]$

$[[id3, \alpha°\beta°], [id3, \alpha]]$ $[[id3, \beta], [id3, \alpha°\beta°]]$ $[[id3, \beta°], [id3, \alpha°]]$

4. Bekanntlich hatte Max Bense in seinem letzten, speziell der semiotischen Eigenrealität gewidmeten Buch zwischen den folgenden zwei Typen von Eigenrealität unterschieden:

(3.1 2.2 1.3) × (3.1 2.2 1.3)
(3.3 2.2 1.1) × (1.1 2.2 3.3)

Damit betrifft also Eigenrealität in beiden Fällen symmetrische Zeichenstrukturen, und zwar im ersten Fall vollständige Symmetrie kombiniert mit Binnensymmetrie (3.1 2×2 1.3) und im zweiten Fall Spiegelsymmetrie. Eigenrealität zeigt sich damit nicht nur bei Dualisation, sondern auch bei Inversion (die im zweiten Fall zufällig mit der Dualisation zusammenfällt). Bense sprach im zweiten Fall von "Eigenrealität schwächerer Repräsentation" (1992, S. 40).

Wir können damit die folgenden Typen symmetrischer semiotischer Strukturen mit "starker" oder "schwächerer" Eigenrealität unterscheiden (die Ziffern rechts beziehen sich auf die Positionen der Dualsysteme innerhalb der obigen Zeichenstrukturen):

4.1. Vollsymmetrische Eigenrealität

<u>3.1 2.2 1.3</u> <u>1.3 2.2 3.1</u>

<u>3.1 2.2 1.3</u> <u>1.3 2.2 3.1</u>

$[[\beta°, \alpha], [\alpha°, \beta]]$ $[[\alpha, \beta°], [\beta, \alpha°]]$

$[[\beta°, \alpha], [\alpha°, \beta]]$ $[[\alpha, \beta°], [\beta, \alpha°]]$ (1-6)

3.2 1.1 2.3 2.3 1.1 3.2

3.2 1.1 2.3 2.3 1.1 3.2

$[[\alpha°\beta°, \alpha°], [\alpha, \beta\alpha]]$ $[[\alpha°, \alpha°\beta°], [\beta\alpha, \alpha]]$

$[[\alpha°\beta°, \alpha°], [\alpha, \beta\alpha]]$ $[[\alpha°, \alpha°\beta°], [\beta\alpha, \alpha]]$ (2-4)

Damit gibt es also in einer Semiotik, die nicht nur auf einem Fragment ihrer Repräsentationsstrukturen aufgebaut ist, nicht nur eine, wie Bense (1992) annahm, sondern vier "starke" Eigenrealitäten.

4.2. Binnensymmetrische Eigenrealität

2.1 3.1 1.2 1.2 3.1 2.1

2.1 1.3 1.2 1.2 1.3 2.1

$[[\beta, id1], [\alpha°\beta°, \alpha]]$ $[[\beta\alpha, \alpha°], [\beta°, id1]]$

$[[\alpha°, \beta\alpha], [id1, \beta°]]$ $[[id1, \beta], [\alpha, \alpha°\beta°]]$ (3-5)

3.1 2.1 1.3 1.3 2.1 3.1

3.1 1.2 1.3 1.3 1.2 3.1

$[[\beta°, id1], [\alpha°, \beta\alpha]]$ $[[\alpha, \alpha°\beta°], [\beta, id1]]$

$[[\alpha°\beta°, \alpha], [id1, \beta]]$ $[[id1, \beta°], [\beta\alpha, id1]]$ (1-6)

3.1 2.3 1.3 1.3 2.3 3.1

3.1 3.2 1.3 1.3 3.2 3.1

$[[\beta°, \beta\alpha], [\alpha°, id3]]$ $[[\alpha, id3], [\beta, \alpha°\beta°]]$

$[[id3, \alpha], [\alpha°\beta°, \beta]]$ $[[\beta\alpha, \beta°], [id3, \alpha°]]$ (1-6)

3.2 1.2 2.3	2.3 1.2 3.2	
3.2 2.1 2.3	2.3 2.1 3.2	
$[[\alpha^\circ\beta^\circ, id2], [\alpha, \beta]]$	$[[\alpha^\circ, \beta^\circ], [\beta\alpha, id2]]$	
$[[\beta^\circ, \alpha^\circ], [id2, \beta\alpha]]$	$[[id2, \alpha^\circ\beta^\circ], [\beta, \alpha]]$	(2-4)

3.2 1.3 2.3	2.3 1.3 3.2	
3.2 3.1 2.3	2.3 3.1 3.2	
$[[\alpha^\circ\beta^\circ, \beta], [\alpha, id3]]$	$[[\alpha^\circ, id3], [\beta\alpha, \beta^\circ]]$	
$[[id3, \alpha^\circ], [\beta^\circ, \beta\alpha]]$	$[[\beta, \alpha^\circ\beta^\circ], [id3, \alpha]]$	(2-4)

2.1 3.3 1.2	1.2 3.3 2.1	
2.1 3.3 1.2	1.2 3.3 2.1	
$[[\beta, \beta\alpha], [\alpha^\circ\beta^\circ, \beta^\circ]]$	$[[\beta\alpha, \beta], [\beta^\circ, \alpha^\circ\beta^\circ]]$	
$[[\beta, \beta\alpha], [\alpha^\circ\beta^\circ, \beta^\circ]]$	$[[\beta\alpha, \beta], [\beta^\circ, \alpha^\circ\beta^\circ]]$	(3-5)

Eine mittlere Stufe zwischen "starker" und "schwächerer" Eigenrealität im Sinne Benses (1992, S. 40) zeigen diese 12 Typen, in denen das mittlere Subzeichen im jeweiligen Dualisat in seiner binnensymmetrisch gespiegelten Form wiederkehrt.

4.3. Spiegelsymmetrische Eigenrealität

3.1 2.2 1.1	3.1 1.1 2.2	2.2 3.1 1.1	2.2 1.1 3.1	1.1 3.1 2.2	1.1 2.2 3.1
1.1 2.2 1.3	2.2 1.1 1.3	1.1 1.3 2.2	1.3 1.1 2.2	2.2 1.3 1.1	1.3 2.2 1.1

$[[\beta^\circ, \alpha], [\alpha^\circ, \alpha^\circ]]$	$[[\alpha^\circ\beta^\circ, id1], [\alpha, \alpha]]$	$[[\beta, \alpha^\circ], [\alpha^\circ\beta^\circ, id1]]$
$[[\alpha, \alpha], [\alpha^\circ, \beta]]$	$[[\alpha^\circ, \alpha^\circ], [id1, \beta\alpha]]$	$[[id1, \beta\alpha], [\alpha, \beta^\circ]]$

$[[\alpha^\circ, \alpha^\circ], [\beta\alpha, id1]]$	$[[\beta\alpha, id1], [\beta^\circ, \alpha]]$	$[[\alpha, \alpha], [\beta, \alpha^\circ]]$
$[[id1, \alpha^\circ\beta^\circ], [\alpha, \alpha]]$	$[[\alpha^\circ, \beta], [id1, \alpha^\circ\beta^\circ]]$	$[[\alpha, \beta^\circ], [\alpha^\circ, \alpha^\circ]]$

3.2 2.2 1.1   3.2 1.1 2.2   2.2 3.2 1.1   2.2 1.1 3.2   1.1 3.2 2.2   1.1 2.2 3.2

1.1 2.2 2.3   2.2 1.1 2.3   1.1 2.3 2.2   2.3 1.1 2.2   2.2 2.3 1.1   2.3 2.2 1.1

$[[\beta^\circ, id2], [\alpha^\circ, \alpha^\circ]]$	$[[\alpha^\circ\beta^\circ, \alpha^\circ], [\alpha, \alpha]]$	$[[\beta, id2], [\alpha^\circ\beta^\circ, \alpha^\circ]]$
$[[\alpha, \alpha], [\beta, \beta]]$	$[[\alpha^\circ, \alpha^\circ], [\alpha, \beta\alpha]]$	$[[\alpha, \beta\alpha], [id2, \beta^\circ]]$

$[[\alpha^\circ, \alpha^\circ], [\beta\alpha, \alpha]]$	$[[\beta\alpha, \alpha], [\beta^\circ, id2]]$	$[[\alpha, \alpha], [\beta, id2]]$
$[[\alpha^\circ, \alpha^\circ\beta^\circ], [\alpha, \alpha]]$	$[[id2, \beta], [\alpha^\circ, \alpha^\circ\beta^\circ]]$	$[[id2, \beta^\circ], [\alpha^\circ, \alpha^\circ]]$

3.3 2.1 1.1   3.3 1.1 2.1   2.1 3.3 1.1   2.1 1.1 3.3   1.1 3.3 2.1   1.1 2.1 3.3

1.1 1.2 3.3   1.2 1.1 3.3   1.1 3.3 1.2   3.3 1.1 1.2   1.2 3.3 1.1   3.3 1.2 1.1

$[[\beta^\circ, \alpha^\circ\beta^\circ], [\alpha^\circ, id1]]$	$[[\alpha^\circ\beta^\circ, \alpha^\circ\beta^\circ], [\alpha, id1]]$	$[[\beta, \beta\alpha], [\alpha^\circ\beta^\circ, \alpha^\circ\beta^\circ]]$
$[[id1, \alpha], [\beta\alpha, \beta]]$	$[[id1, \alpha^\circ], [\beta\alpha, \beta\alpha]]$	$[[\beta\alpha, \beta\alpha], [\alpha^\circ\beta^\circ, \beta^\circ]]$

$[[\alpha^\circ, id1], [\beta\alpha, \beta\alpha]]$	$[[\beta\alpha, \beta\alpha], [\beta^\circ, \alpha^\circ\beta^\circ]]$	$[[\alpha, id1], [\beta, \beta\alpha]]$
$[[\alpha^\circ\beta^\circ, \alpha^\circ\beta^\circ], [id1, \alpha]]$	$[[\beta\alpha, \beta], [\alpha^\circ\beta^\circ, \alpha^\circ\beta^\circ]]$	$[[\alpha^\circ\beta^\circ, \beta^\circ], [id1, \alpha^\circ]]$

3.3 2.2 1.1   3.3 1.1 2.2   2.2 3.3 1.1   2.2 1.1 3.3   1.1 3.3 2.2   1.1 2.2 3.3

1.1 2.2 3.3   2.2 1.1 3.3   1.1 3.3 2.2   3.3 1.1 2.2   2.2 3.3 1.1   3.3 2.2 1.1

$[[\beta^\circ, \beta^\circ], [\alpha^\circ, \alpha^\circ]]$	$[[\alpha^\circ\beta^\circ, \alpha^\circ\beta^\circ], [\alpha, \alpha]]$	$[[\beta, \beta], [\alpha^\circ\beta^\circ, \alpha^\circ\beta^\circ]]$
$[[\alpha, \alpha], [\beta, \beta]]$	$[[\alpha^\circ, \alpha^\circ], [\beta\alpha, \beta\alpha]]$	$[[\beta\alpha, \beta\alpha], [\beta^\circ, \beta^\circ]]$

$[[\alpha^\circ, \alpha^\circ], [\beta\alpha, \beta\alpha]]$ $[[\beta\alpha, \beta\alpha], [\beta^\circ, \beta^\circ]]$ $[[\alpha, \alpha], [\beta, \beta]]$

$[[\alpha^\circ\beta^\circ, \alpha^\circ\beta^\circ], [\alpha, \alpha]]$ $[[\beta, \beta], [\alpha^\circ\beta^\circ, \alpha^\circ\beta^\circ]]$ $[[\beta^\circ, \beta^\circ], [\alpha^\circ, \alpha^\circ]]$

3.3 2.2 1.2 3.3 1.2 2.2 2.2 3.3 1.2 2.2 1.2 3.3 1.2 3.3 2.2 1.2 2.2 3.3

2.1 2.2 3.3 2.2 2.1 3.3 2.1 3.3 2.2 3.3 2.1 2.2 2.2 3.3 2.1 3.3 2.2 2.1

$[[\beta^\circ, \beta^\circ], [\alpha^\circ, \mathrm{id}2]]$ $[[\alpha^\circ\beta^\circ, \beta^\circ], [\alpha, \mathrm{id}2]]$ $[[\beta, \beta], [\alpha^\circ\beta^\circ, \beta^\circ]]$

$[[\mathrm{id}2, \alpha], [\beta, \beta]]$ $[[\mathrm{id}2, \alpha^\circ], [\beta, \beta\alpha]]$ $[[\beta, \beta\alpha], [\beta^\circ, \beta^\circ]]$

$[[\alpha^\circ, \mathrm{id}2], [\beta\alpha, \beta]]$ $[[\beta\alpha, \beta], [\beta^\circ, \beta^\circ]]$ $[[\alpha, \alpha], [\beta, \beta]]$

$[[\beta^\circ, \alpha^\circ\beta^\circ], [\mathrm{id}2, \alpha]]$ $[[\beta, \beta], [\beta^\circ, \alpha^\circ\beta^\circ]]$ $[[\beta^\circ, \beta^\circ], [\mathrm{id}2, \alpha^\circ]]$

3.3 2.2 1.3 3.3 1.3 2.2 2.2 3.3 1.3 2.2 1.3 3.3 1.3 3.3 2.2 1.3 2.2 3.3

3.1 2.2 3.3 2.2 3.1 3.3 3.1 3.3 2.2 3.3 3.1 2.2 2.2 3.3 3.1 3.3 2.2 3.1

$[[\beta^\circ, \beta^\circ], [\alpha^\circ, \beta]]$ $[[\alpha^\circ\beta^\circ, \mathrm{id}3], [\alpha, \beta^\circ]]$ $[[\beta, \beta], [\alpha^\circ\beta^\circ, \mathrm{id}3]]$

$[[\beta^\circ, \alpha], [\beta, \beta]]$ $[[\beta, \alpha^\circ], [\mathrm{id}3, \beta\alpha]]$ $[[\mathrm{id}3, \beta\alpha], [\beta^\circ, \beta^\circ]]$

$[[\alpha^\circ, \beta], [\beta\alpha, \mathrm{id}3]]$ $[[\beta\alpha, \mathrm{id}3], [\beta^\circ, \beta^\circ]]$ $[[\alpha, \beta^\circ], [\beta, \beta]]$

$[[\mathrm{id}3, \alpha^\circ\beta^\circ], [\beta^\circ, \alpha]]$ $[[\beta, \beta], [\mathrm{id}3, \alpha^\circ\beta^\circ]]$ $[[\beta^\circ, \beta^\circ], [\beta, \alpha^\circ]]$

3.3 2.3 1.1 3.3 1.1 2.3 2.3 3.3 1.1 2.3 1.1 3.3 1.1 3.3 2.3 1.1 2.3 3.3

1.1 3.2 3.3 3.2 1.1 3.3 1.1 3.3 3.2 3.3 1.1 3.2 3.2 3.3 1.1 3.3 3.2 1.1

$[[\beta^\circ, \mathrm{id}3], [\alpha^\circ, \alpha^\circ\beta^\circ]]$ $[[\alpha^\circ\beta^\circ, \alpha^\circ\beta^\circ], [\alpha, \beta\alpha]]$ $[[\beta, \mathrm{id}3], [\alpha^\circ\beta^\circ, \alpha^\circ\beta^\circ]]$

[[βα, α], [id3, β]]	[[α°β°, α°], [βα, βα]]	[[βα, βα], [id3, β°]]
[[α°, α°β°], [βα, βα]]	[[βα, βα], [β°, id3]]	[[α, βα], [β, id3]]
[[α°β°, α°β°], [βα, α]]	[[id3, β], [α°β°, α°β°]]	[[id3, β°], [α°β°, α°]]

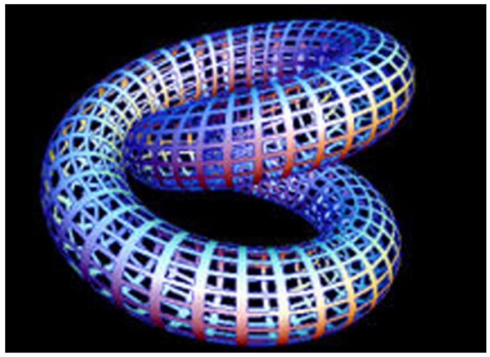
Wir bekommen also schliesslich nicht eine, wie Bense (1992, S. 40) annahm, sondern 42 Typen von Spiegelsymmetrie, deren Beziehungen zu den "starken" Eigenrealitäten im Sinne Benses (1992, S. 22, 37) ebenfalls zu bestimmen wären.

5.1. Bense (1992, S. 54 ff.) hatte das Möbius-Band als topologisches Modell für die stark-eigenreale Zeichenklasse (3.1 2.2 1.3) herangezogen:

Damit stellt sich nun die Frage nach den Modellen für die binnensymmetrische und für die spiegelsymmetrische Eigenrealität.

5.2. Wegen des binnensymmetrisch gespiegelten Subzeichens ist der Typus ×(a.b c.d e.f) = (a.b d.c e.f), z.B. (2.1 3.1 1.2) × (2.1 1.3 1.2), topologisch gesehen eine "Übergangsform" zwischen nicht-orientierbaren und orientierbaren Oberflächen. Als Modell bietet sich daher das Toroid an:

5.3. Als Modell für Spiegelsymmetrie hatten wir in einer früheren Arbeit (Toth 2008b) den Torus bestimmt, der auch topologisch in einer "natürlichen" Entwicklung der Orientierbarkeit nach Möbius-Band und Toroid folgt:



6. In Toth (2007, S. 116 ff.) hatten wir negative Kategorien und auf ihnen basierende komplexe Zeichenklassen und Realitätsthematiken eingeführt. Die 4 Grundtypen sind:

1. (a.b c.d e.f) × (f.e d.c b.a)
2. (-a.b –c.d –e.f) × (f.-e d.-c b.-a)
3. (a.-b c.-d e.-f) × (-f.e –d.c –b.a)
4. (-a.-b –c.-d –e.-f) × (-f.-e –d.-c –b.-a)

Nun ist es klar, dass auch diese "polykontexturalen" Zeichenklassen und Realitätsthematiken den obigen 12 semiotischen Grundstrukturen unterliegen:

(e.f c.d a.b) (c.d e.f a.b) (a.b e.f c.d) (e.f a.b c.d) (c.d a.b e.f) (a.b c.d e.f)
(b.a d.c f.e) (b.a f.e d.c) (d.c f.e b.a) (d.c b.a f.e) (f.e b.a d.c) (f.e d.c b.a)

Wir erhalten demnach die folgenden 48 komplexen semiotischen Grundstrukturen:

(e.f c.d a.b) (c.d e.f a.b) (a.b e.f c.d) (e.f a.b c.d) (c.d a.b e.f) (a.b c.d e.f)
(b.a d.c f.e) (b.a f.e d.c) (d.c f.e b.a) (d.c b.a f.e) (f.e b.a d.c) (f.e d.c b.a)

(-e.f -c.d -a.b)(-c.d -e.f -a.b) (-a.b -e.f -c.d) (-e.f -a.b -c.d) (-c.d -a.b -e.f) (-a.b -c.d -e.f)
(b.-a d.-c f.-e)(b.-a f.-e d.-c) (d.-c f.-e b.-a) (d.-c b.-a f.-e) (f.-e b.-a d.-c) (f.-e d.-c b.-a)

(e.-f c.-d a.-b) (c.-d e.-f a.-b) (a.-b e.-f c.-d)(e.-f a.-b c.-d) (c.-d a.-b e.-f) (a.-b c.-d e.-f)
(-b.a -d.c -f.e) (-b.a -f.e -d.c) (-d.c -f.e -b.a)(-d.c -b.a -f.e) (-f.e -b.a -d.c) (-f.e -d.c -b.a)

(-e.-f -c.-d -a.-b) (-c.-d -e.-f -a.-b) (-a.-b -e.-f -c.-d) (-e.-f -a.-b -c.-d) (-c.-d -a.-b -e.-f) (-a.-b -c.-d -e.-f)
(-b.-a -d.-c -f.-e) (-b.-a -f.-e -d.-c) (-d.-c -f.-e -b.-a) (-d.-c -b.-a -f.-e) (-f.-e -b.-a -d.-c) (-f.-e -d.-c -b.-a)

Wie man jedoch sieht, kommt es bei den Typen (-a.b –c.d –e.f) × (f.-e d.-c b.-a) und (a.-b c.-d e.-f) × (-f.e –d.c –b.a) zum Wechsel der komplexen Kategorien von den Trichotomien zu den Triaden bzw. umgekehrt ("categorial merging"), so dass also die

Realitätsthematiken des Typs (-a.b –c.d –e.f) mit den Zeichenklassen des Typs und (a.-b c.-d e.-f) zusammenfallen, und umgekehrt.

Bei 27 Basiszeichenklassen, wie sie unter Ausschluss des Prinzips der semiotischen Inklusion von den von Bense (1971) angegebenen graphentheoretischen Zeichenstrukturen und von der Existenz der Genuinen Kategorienklasse in der kleinen semiotischen Matrix erfordert werden, gibt es damit bei 48 komplexen Grundstrukturen genau 1296 polykontextural-semiotisch differenzierbare Zeichenstrukturen im semiotischen Universum.

Literatur

Bense, Max, Zeichen und Design. Baden-Baden 1971

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Buczynska-Garewicz, Hanna, Der Interpretant, die Autoreproduktion des Symbols und die pragmatische Maxime. In: Semiosis 2, 1976, S. 10-17

Günther, Gotthard, Das metaphysische Problem einer Formalisierung der transzendental-dialektischen Logik. In: Hegel-Studien, Beiheft 1, hrsg. von Hans-Georg Gadamer, Bonn 1964, S. 65-123 (= Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik, Bd. 1, Hamburg 1976, S. 189-247

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. Klagenfurt 2007

Toth, Alfred, Semiotische Diamanten. 2008a. (= Kap. 24)

Toth, Alfred, Der semiotische Homöomorphismus zwischen Torus und Möbius-Band. 2008b (= Kap. 26)

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Zürn, Unica, Der Mann im Jasmin. Frankfurt am Main 1977

Proto-, Deutero- und Trito-Zeichen

In seinem Aufsatz "Logik, Zeit, Emanation und Evolution" (1967) hatte Gotthard Günther die Unterscheidung von Proto-, Deutero- und Trito-Ebene innerhalb polykontexturaler Systeme eingeführt: "Die Proto-Struktur entwickelt sich aus der Forderung, die vertikalen Folgen der Kenogramme unter dem Gesichtspunkt aufzubauen, dass nur ein absolutes Minimum an Wiederholung in der Struktur auftritt – d.h., ein einziges Kenogramm darf wiederholt werden [...]. Wir stipulieren ferner, dass die Plazierung individueller Kenogramme in einer gegebenen vertikalen Folge willkürlich sein darf" (Günther 1980, S. 111).

"Die Deutero-Struktur ergibt sich aus der Voraussetzung, dass für individuelle Kenogramme maximale Wiederholbarkeit gestattet ist. Im übrigen bleibt die Plazierung der Symbole immer noch irrelevant" (Günther 1980, S. 111)

"Die Trito-Struktur unterscheidet sich von der Proto- und Deutero-Struktur dadurch, dass die Position eines Symbols in der vertikalen Sequenz relevant wird. Im übrigen ist auch hier das Maximum der Wiederholbarkeit für ein gegebenes Symbol erlaubt [...]. Durch die Relevanz der Position eines Symboles unterscheidet sich die Trito-Struktur ganz grundsätzlich von den beiden vorangehenden Strukturen" (Günther 1980, S. 112)

Werden Kenogrammstrukturen

strukturlogisch durch nlog ∈ {○, □, ■, ♦, …} (Günther 1980, S. 112),

mathematisch durch nmath ∈ $\mathbf{N} \cup \{0\}$ (Kronthaler 1986) und

semiotisch durch nsem ∈ $\{0, 1, 2, 3\} \subset \mathbf{N} \cup \{0\}$ (Toth 2003)

belegt, und das heißt einfach durch ein beliebiges $n \in \mathbf{N} \cup \{0\}$, wobei zwei Einschränkungen zu machen sind:

1. |nlog| = |nmath| = |nsem|
2. Es gelten die Schadach-Abbildungen (Schadach 1967, S. 2 ff.):

   2.1. Für Proto-Strukturen: μ1 ~P μ2 ⇔ card(A/Kern μ1) = card(A/Kern μ2), wobei card(A/Kern μ) die Kardinalität der Quotientenmenge A/Kern μ von A relativ zum Kern von μ ist;

   2.2. Für Deutero-Strukturen: μ1 ~D μ2 ⇔ A/Kern μ1 ≅ A/Kern μ2, wobei der Isomorphismus zwischen A/Kern μ1 und A/Kern μ2 definiert ist durch: A/Kern μ1 ≅ A/Kern μ2 ⇔ Es gibt eine Bijektion φ: A/Kern μ1 → A/Kern μ2, so daß card φ([ai] Kern μ1) = card [ai] Kern μ1 für alle ai ∈ A. [ai] Kern μ ist die Äquivalenzklasse von ai relativ zum Kern von μ; [ai] Kern μ = {a ∈ A | (ai, a) ∈ Kern μ};

2.3. Für Trito-Strukturen: KZRT := μ1 ~T μ2 ⇔ A/Kern μ1 = A/Kern μ2. Das bedeutet: [ai] Kern μ1 = [ai] Kern μ2 für alle ai ∈ A;

dann wird klar, daß etwa einer 4-wertigen polykontexturalen Logik eine 4-wertige polykontexturale Mathematik und eine quaternär-tetradische, also eine minimale polykontexturale Semiotik (vgl. Toth 2003, S. 23 ff.) korrespondieren. Da die Unterscheidung von Proto-, Deutero- und Trito-Ebene ein universelles Merkmal polykontexturaler System zu sein scheint, lohnt es sich, die klassische theoretische Semiotik, welche ja eine Mittelstellung zwischen strikt monokontexturalen (vgl. Toth 2004) und polykontexturalen Systemen (Maser 1973, S. 29 ff.) einnimmt, auf diese drei repräsentationalen Strukturen hin zu untersuchen.

In der klassischen Semiotik ist die Bildung von Zeichenklassen aus den drei Primzeichen (.1., .2., .3.) bzw. aus den 9 Subzeichen (1.1, 1.2, 1.3, 2.1, 2.2, 2.3, 3.1, 3.2, 3.3) durch zwei Prinzipien beschränkt:

1. **Das Prinzip der Inklusionsbeschränkung**: Zeichenklasse müssen nach dem semiotischen Inklusionsschema (3.a, 2.b, 3.c mit a, b, c ∈ {.1., .2., .3.} und a ≤ b ≤ c gebildet sein. Damit werden also etwa Zeichenklassen der Form *3.2 2.1 1.3, *3.3 2.2 1.1 oder *3.3 2.1 1.1 ausgeschlossen, weil der trichotomische Stellenwert eines Subzeichen der Position (n+1) nicht kleiner als derjenige des Subzeichens der Position n sein darf.

2. **Das Prinzip der Triadizitätsbeschränkung**: Bei Zeichenklassen sind die triadischen Glieder der Folge mit den konstanten triadischen Primzeichen 3 > 2 > 1 in dieser Reihenfolge zu besetzen (für die trichotomischen Glieder gilt das Prinzip der Inklusionsbeschränkung). Die Reihenfolge 3 > 2 > 1 entspricht der „thetischen Einführung des Zeichens“ bzw. der Peirceschen „Pragmatischen Maxime“ (Bense 1979, S. 18), ist jedoch oft durchbrochen, so etwa bei beim semiotischen Kreationsschema (3 > 1 > 2), dem semiotischen Kommunikationsschema (2 > 1 > 3) und dem „generativen Graphen“ (1 > 2 > 3) (Bense 1971, S. 33 ff.), so dass also die Folge (3 > 2 > 1) lediglich den degenerativen Sodnerfall darstellt.

Geht man nun von den bekannten 10 Zeichenklassen aus:

3.1 2.1 1.1	3.1 2.3 1.3
3.1 2.1 1.2	3.2 2.2 1.2

3.1 2.1 1.3	3.2 2.2 1.3
3.1 2.2 1.2	3.2 2.3 1.3
3.1 2.2 1.3	3.3 2.3 1.3

und hebt man das Prinzip der Inklusifonsbeschränkung auf, so erhält man die folgenden 27 Zeichenklassen:

3.1 2.1 1.1	3.2 2.1 1.1	3.3 2.1 1.1
3.1 2.1 1.2	3.2 2.1 1.2	3.3 2.1 1.2
3.1 2.1 1.3	3.2 2.1 1.3	3.3 2.1 1.3
3.1 2.2 1.1	3.2 2.2 1.1	3.3 2.2 1.1
3.1 2.2 1.2	3.2 2.2 1.2	3.3 2.2 1.2
3.1 2.2 1.3	3.2 2.2 1.3	3.3 2.2 1.3
3.1 2.3 1.1	3.2 2.3 1.1	3.3 2.3 1.1
3.1 2.3 1.2	3.2 2.3 1.2	3.3 2.3 1.2
3.1 2.3 1.3	3.2 2.3 1.3	3.3 2.3 1.3

Hebt man zusätzlich das Prinzip der Triadizitätsbeschränkung auf, so erhält man die folgenden 81 Zeichenklassen:

1.1 1.1 1.1	1.2 1.1 1.1	1.3 1.1 1.1
1.1 1.1 1.2	1.2 1.1 1.2	1.3 1.1 1.2
1.1 1.1 1.3	1.2 1.1 1.3	1.3 1.1 1.3
1.1 1.2 1.1	1.2 1.2 1.1	1.3 1.2 1.1
1.1 1.2 1.2	1.2 1.2 1.2	1.3 1.2 1.2
1.1 1.2 1.3	1.2 1.2 1.3	1.3 1.2 1.3
1.1 1.3 1.1	1.2 1.3 1.1	1.3 1.3 1.1
1.1 1.3 1.2	1.2 1.3 1.2	1.3 1.3 1.2

1.1 1.3 1.3	1.2 1.3 1.3	1.3 1.3 1.3
2.1 1.1 1.1	2.2 1.1 1.1	2.3 1.1 1.1
2.1 1.1 1.2	2.2 1.1 1.2	2.3 1.1 1.2
2.1 1.1 1.3	2.2 1.1 1.3	2.3 1.1 1.3
2.1 1.2 1.1	2.2 1.2 1.1	2.3 1.2 1.1
2.1 1.2 1.2	2.2 1.2 1.2	2.3 1.2 1.2
3.1 1.2 1.3	2.2 1.2 1.3	2.3 1.2 1.3
2.1 1.3 1.1	2.2 1.3 1.1	2.3 1.3 1.1
2.1 1.3 1.2	2.2 1.3 1.2	2.3 1.3 1.2
2.1 1.3 1.3	2.2 1.3 1.3	2.3 1.3 1.3
3.1 1.1 1.1	3.2 1.1 1.1	3.3 1.1 1.1
3.1 1.1 1.2	3.2 1.1 1.2	3.3 1.1 1.2
3.1 1.1 1.3	3.2 1.1 1.3	3.3 1.1 1.3
3.1 1.2 1.1	3.2 1.2 1.1	3.3 1.2 1.1
3.1 1.2 1.2	3.2 1.2 1.2	3.3 1.2 1.2
3.1 1.2 1.3	3.2 1.2 1.3	3.3 1.2 1.3
3.1 1.3 1.1	3.2 1.3 1.1	3.3 1.3 1.1
3.1 1.3 1.2	3.2 1.3 1.2	3.3 1.3 1.2
3.1 1.3 1.3	3.2 1.3 1.3	3.3 1.3 1.3

Schreiben wir für das System der 10 Zeichenklassen ZKL(10), für dasjenige der 27 Zeichenklassen ZKL(27) und für das System der 81 Zeichenklassen ZKL(81), gilt also:

$ZKL(81) \subset ZKL(27) \subset ZKL(10)$,

genauso wie die quaternär-tetradische Proto-Semiotik in der entsprechenden Deutero- und diese in der entsprechenden Trito-Semiotik eingeschlossen ist (Toth 2003, S. 27):

$KZR_{Pi} \not\subset KZR_{Di} \not\subset KZR_{Ti}$ ($i \in \mathbf{N}$).

Da in den obigen drei Schemata mit 10, 27 und 81 Zeichenklassen die drei Zeichen 1, 2, 3 verwendet werden, haben wir es auch von hier aus mit einer quaternär-tetradischen Semiotik zu tun. Durch die Aufhebung der Inklusions- und der Triadizitätsbeschränkung wird in einer polykontxturalen Semiotik allerdings die Relevanz der Position nicht aufgehoben. Diese ist es daher vermutlich, welche eine Folge von Ordinalzahlen erst zum Zeichen macht. Nachdem die Aufhebung der Positionsbeschränkung aber das Haupt-Charakteristikum für Trito-Zahlen ist, folgt, dass eine polykontexturale Semiotik neben der Stufe der Peano-Zahlen höchstens die weiteren Stufen der Proto- und der Deutero-Zahlen erreichen kann. Da Zkl(10) den Peano-Zahlen korrespondiert (Toth 2001), müssen die mit dem Wachstum von Proto- zu Deutero-Zahlen korrespondierenden Systeme ZKL(27) den Proto-Zahlen und ZKL(81) den Deutero-Zahlen korrespondieren. Wir dürfen daher in einem eingeschränkten Sinne – und zwar deshalb, weil es auf der Basis des Peirce-Bense-Systems keine "Trito-Zeichen" gibt – ZKL(10) als "Peano-Zeichen", ZKL(27) als "Proto-Zeichen" und ZKL(81) als "Deutero-Zeichen" bezeichnen. Durch die Aufhebung der semiotischen Inklusions- und Triadizitätsbeschränkung können also schon ausgehend von ZKL(10) polykontexturale Zeichenklassen konstruiert werden – allerdings um den Preis der polykontexturalen Unvollständigkeit. Möchte man auch Trito-Zeichen konstruieren, muss man den in Toth (2003) gezeigten Wegen folgen, freilich unter Preisgabe von ZKL(10) als Ausgangsbasis und damit der gesamten Peirce-Bense-Semiotik.

Literatur

Bense, Max, Zeichen und Design. Baden-Baden 1971

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. 3. Bd. Hamburg 1980

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Maser, Siegfried, Grundlagen der allgemeinen Kommunikationstheorie. 2. Aufl. Stuttgart 1973

Schadach, Dieter, A classification of mappings between finite sets and some applications. BCL-Report No. 2.2, February 1, 1967

Toth, Alfred, Semiotischer Beweis der Monokontexturalität der Semiotik. In: Grundlagenstudien aus Kybernetik und Geisteswissenschaft 42/1, 2001, S. 16-19

Toth, Alfred, Die Hochzeit von Semiotik und Struktur. Klagenfurt 2003

Toth, Alfred, Ist die Semiotik idiographisch oder nomothetisch? In: Grundlagenstudien aus Kybernetik und Geisteswissenschaft 45/1, 2004, S. 1-9

Toth, Alfred, Protozahlen und Primzeichen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2008

Transpositionelle Realitäten

1. In Toth (2008a) wurde gezeigt, dass die von Kaehr (2007) entdeckte heteromorphismische Komposition der semiotischen Operation der Inversion einer Zeichenklasse oder Realitätsthematik korrespondiert. Die Inversion kehrt die dyadischen Subzeichen einer triadischen Zeichenrelation um, z.B. INV(3.1 2.1 1.3) = (1.3 2.1 3.1), während die von Bense (1976, S. 53 ff.) eingeführte semiotische Operation der Dualisation die monadischen Primzeichen und die dyadischen Subzeichen einer triadischen Zeichenrelation umkehrt, z.B. $\times$(3.1 2.1 1.3) = (3.1 2.1 1.3). Obwohl aus möglicherweise vorgegebenen Realitätsthematiken durch Dualisation Zeichenklassen gebildet werden können, dient aber die Dualisation hauptsächlich dazu, umgekehrt aus Zeichenklassen Realitätsthematiken zu bilden. Wie die Operation Inversion, so ist auch die Dualisation eineindeutig. Nun wurde aber in Toth (2008b) gezeigt, dass die semiotische Inversion nur eine von 6 möglichen Transpositionen von Zeichenklassen oder Realitätsthematiken ist, die dann natürlich jedesmal wieder durch Dualisation in ihre korrespondierenden Realitätsthematiken oder Zeichenklassen überführt werden können. Mit anderen Worten: Aus 6 möglichen Transpositionen pro Zeichenklasse lassen sich durch Dualisation 6 Realitätsthematiken gewinnen, deren präsentierte entitätische (strukturelle) Realitäten jeweils voneinander abweichen. Damit ergeben sich also im semiotischen Zehnersystem insgesamt 60 Zeichenklassen und 60 Realitätsthematiken.

2. Ich gebe hier das vollständige Verzeichnis aller 60 Zeichenklassen (jeweils erste Zeile) und aller zugehörigen 60 Realitätsthematiken (jeweils zweite Zeile), wobei als 11. Zeichenklasse die Genuine Kategorienklasse als Determinante der kleinen semiotischen Matrix eingeschlossen ist:

3.1 2.1 1.1	3.1 1.1 2.1	2.1 3.1 1.1	2.1 1.1 3.1	1.1 3.1 2.1	1.1 2.1 3.1
1.1 1.2 1.3	1.2 1.1 1.3	1.1 1.3 1.2	1.3 1.1 1.2	1.2 1.3 1.1	1.3 1.2 1.1
3.1 2.1 1.2	3.1 1.2 2.1	2.1 3.1 1.2	2.1 1.2 3.1	1.2 3.1 2.1	1.2 2.1 3.1
2.1 1.2 1.3	1.2 2.1 1.3	2.1 1.3 1.2	1.3 2.1 1.2	1.2 1.3 2.1	1.3 1.2 2.1
3.1 2.1 1.3	3.1 1.3 2.1	2.1 3.1 1.3	2.1 1.3 3.1	1.3 3.1 2.1	1.3 2.1 3.1
3.1 1.2 1.3	1.2 3.1 1.3	3.1 1.3 1.2	1.3 3.1 1.2	1.2 1.3 3.1	1.3 1.2 3.1

3.1 2.2 1.2   3.1 1.2 2.2   2.2 3.1 1.2   2.2 1.2 3.1   1.2 3.1 2.2   1.2 2.2 3.1
2.1 2.2 1.3   2.2 2.1 1.3   2.1 1.3 2.2   1.3 2.1 2.2   2.2 1.3 2.1   1.3 2.2 2.1

3.1 2.2 1.3   3.1 1.3 2.2   2.2 3.1 1.3   2.2 1.3 3.1   1.3 3.1 2.2   1.3 2.2 3.1
3.1 2.2 1.3   2.2 3.1 1.3   3.1 1.3 2.2   1.3 3.1 2.2   2.2 1.3 3.1   1.3 2.2 3.1

3.1 2.3 1.3   3.1 1.3 2.3   2.3 3.1 1.3   2.3 1.3 3.1   1.3 3.1 2.3   1.3 2.3 3.1
3.1 3.2 1.3   3.2 3.1 1.3   3.1 1.3 3.2   1.3 3.1 3.2   3.2 1.3 3.1   1.3 3.2 3.1

3.2 2.2 1.2   3.2 1.2 2.2   2.2 3.2 1.2   2.2 1.2 3.2   1.2 3.2 2.2   1.2 2.2 3.2
2.1 2.2 2.3   2.2 2.1 2.3   2.1 2.3 2.2   2.3 2.1 2.2   2.2 2.3 2.1   2.3 2.2 2.1

3.2 2.2 1.3   3.2 1.3 2.2   2.2 3.2 1.3   2.2 1.3 3.2   1.3 3.2 2.2   1.3 2.2 3.2
3.1 2.2 2.3   2.2 3.1 2.3   3.1 2.3 2.2   2.3 3.1 2.2   2.2 2.3 3.1   2.3 2.2 3.1

3.2 2.3 1.3   3.2 1.3 2.3   2.3 3.2 1.3   2.3 1.3 3.2   1.3 3.2 2.3   1.3 2.3 3.2
3.1 3.2 2.3   3.2 3.1 2.3   3.1 2.3 3.2   2.3 3.1 3.2   3.2 2.3 3.1   2.3 3.2 3.1

3.3 2.3 1.3   3.3 1.3 2.3   2.3 3.3 1.3   2.3 1.3 3.3   1.3 3.3 2.3   1.3 2.3 3.3
3.1 3.2 3.3   3.2 3.1 3.3   3.1 3.3 3.2   3.3 3.1 3.2   3.2 3.3 3.1   3.3 3.2 3.1

3.3 2.2 1.1   3.3 1.1 2.2   2.2 3.3 1.1   2.2 1.1 3.3   1.1 3.3 2.2   1.1 2.2 3.3
1.1 2.2 3.3   2.2 1.1 3.3   1.1 3.3 2.2   3.3 1.1 2.2   2.2 3.3 1.1   3.3 2.2 1.1

3. Mit den so gewonnen 10 mal 6 Realitätsthematiken gewinnen wir also 60 transpositionellen strukturellen Realitäten, die sich zu realitätstheoretischen Strukturtypen zusammenfassen lassen. Wir machen diese transpositionellen Realitäten kenntlich, indem wir, wie in der Semiotik üblich, die thematisierenden Subzeichen (jeweils 2 in einer triadischen Zeichenrelation) durch Unterstreichung markieren; das verbleibende dritte Subzeichen ist dann thematisiert. Als Beispiel hat die Zeichenklasse (3.1 2.1 1.3) die durch Dualisation gewonnene Realitätsthematik (3.1 1.2 1.3), in der die zwei thematisierenden Subzeichen (1.2 1.3) sind und das thematisierte Subzeichen (3.1) ist. Da die beiden thematisierenden Subzeichen dem Mittelbezug und das thematisierte Subzeichen dem Interpretantenbezug angehören, sagen wir also, die der Zeichenklasse (3.1 2.1 1.3) koordinierte Realitätsthematik (3.1 $\underline{1.2\ 1.3}$) präsentiere die strukturelle Realität eines Mittel-thematisierten Interpretanten, kurz M-them. I geschrieben. Da wir im folgenden aber von der klassischen Semiotik abweichende Realitätsstrukturen finden werden, empfiehlt es sich, von der in Toth (2007, S. 215) eingeführten "Potenzschreiwbeise" Gebrauch zu machen, nach der sich (3.1 $\underline{1.2\ 1.3}$) als 31 ←12 schreiben lässt, wobei also die "Exponenten" die Frequenzzahl der in der "Basis" notierten kategorialen Subzeichen und der nach links gerichtete Pfeil die "Thematisationsrichtung" angeben.

Damit bekommen wir die vollständigen formalen Grundlagen einer semiotischen transpositionellen Realitätentheorie:

1.1 $\underline{1.2\ 1.3}$ $1^1 \leftarrow 1^2$	$\underline{1.2}$ 1.1 $\underline{1.3}$ $1^1 \leftarrow 1^1 \rightarrow 1^1$	1.1 $\underline{1.3\ 1.2}$ $1^1 \leftarrow 1^2$	$\underline{1.3}$ 1.1 $\underline{1.2}$ $1^1 \leftarrow 1^1 \rightarrow 1^1$	$\underline{1.2\ 1.3}$ 1.1 $1^2 \rightarrow 1^1$	$\underline{1.3\ 1.2}$ 1.1 $1^2 \rightarrow 1^1$
2.1 $\underline{1.2\ 1.3}$ $2^1 \leftarrow 1^2$	$\underline{1.2}$ 2.1 $\underline{1.3}$ $1^1 \leftarrow 2^1 \rightarrow 1^1$	2.1 $\underline{1.3\ 1.2}$ $2^1 \leftarrow 1^2$	$\underline{1.3}$ 2.1 $\underline{1.2}$ $1^1 \leftarrow 2^1 \rightarrow 1^1$	$\underline{1.2\ 1.3}$ 2.1 $1^2 \rightarrow 2^1$	$\underline{1.3\ 1.2}$ 2.1 $1^2 \rightarrow 2^1$
3.1 $\underline{1.2\ 1.3}$ $3^1 \leftarrow 1^2$	$\underline{1.2}$ 3.1 $\underline{1.3}$ $1^1 \leftarrow 3^1 \rightarrow 1^1$	3.1 $\underline{1.3\ 1.2}$ $3^1 \leftarrow 1^2$	$\underline{1.3}$ 3.1 $\underline{1.2}$ $1^1 \leftarrow 3^1 \rightarrow 1^1$	$\underline{1.2\ 1.3}$ 3.1 $1^2 \rightarrow 3^1$	$\underline{1.3\ 1.2}$ 3.1 $1^2 \rightarrow 3^1$
$\underline{2.1\ 2.2}$ 1.3 $2^2 \rightarrow 1^1$	$\underline{2.2\ 2.1}$ 1.3 $2^2 \rightarrow 1^1$	$\underline{2.1}$ 1.3 $\underline{2.2}$ $2^1 \rightarrow 1^1 \leftarrow 2^1$	1.3 $\underline{2.1\ 2.2}$ $1^1 \leftarrow 2^2$	$\underline{2.2}$ 1.3 $\underline{2.1}$ $2^1 \rightarrow 1^1 \leftarrow 2^1$	1.3 $\underline{2.2\ 2.1}$ $1^1 \leftarrow 2^2$

$\underline{3.1\ 2.2}\ 1.3$ $3.1\ \underline{2.2\ 1.3}$ $\underline{3.1}\ 2.2\ \underline{1.3}$	$\underline{2.2\ 3.1}\ 1.3$ $2.2\ \underline{3.1\ 1.3}$ $\underline{2.2}\ 3.1\ \underline{1.3}$	$\underline{3.1\ 1.3}\ 2.2$ $3.1\ \underline{1.3\ 2.2}$ $\underline{3.1}\ 1.3\ \underline{2.2}$	$\underline{1.3\ 3.1}\ 2.2$ $1.3\ \underline{3.1\ 2.2}$ $\underline{1.3}\ 3.1\ \underline{2.2}$	$\underline{2.2\ 1.3}\ 3.1$ $2.2\ \underline{1.3\ 3.1}$ $\underline{2.2}\ 1.3\ \underline{3.1}$	$\underline{1.3\ 2.2}\ 3.1$ $1.3\ \underline{2.2\ 3.1}$ $\underline{1.3}\ 2.2\ \underline{3.1}$
$3^1 \leftrightarrow 2^1 \rightarrow 1^1$ $3^1 \leftarrow 2^1 \leftrightarrow 1^1$ $3^1 \rightarrow 2^1 \leftarrow 1^1$	$2^1 \leftrightarrow 3^1 \rightarrow 1^1$ $2^1 \leftarrow 3^1 \leftrightarrow 1^1$ $2^1 \rightarrow 3^1 \leftarrow 1^1$	$3^1 \leftrightarrow 1^1 \rightarrow 2^1$ $3^1 \leftarrow 1^1 \leftrightarrow 2^1$ $3^1 \rightarrow 1^1 \leftarrow 2^1$	$1^1 \leftrightarrow 3^1 \rightarrow 2^1$ $1^1 \leftarrow 3^1 \leftrightarrow 2^1$ $1^1 \rightarrow 3^1 \leftarrow 2^1$	$2^1 \leftrightarrow 1^1 \rightarrow 3^1$ $2^1 \leftarrow 1^1 \leftrightarrow 3^1$ $2^1 \rightarrow 1^1 \leftarrow 3^1$	$1^1 \leftrightarrow 2^1 \rightarrow 3^1$ $1^1 \leftarrow 2^1 \leftrightarrow 3^1$ $1^1 \rightarrow 2^1 \leftarrow 3^1$
$\underline{3.1\ 3.2}\ 1.3$ $3^2 \rightarrow 1^1$	$\underline{3.2\ 3.1}\ 1.3$ $3^2 \rightarrow 1^1$	$\underline{3.1}\ 1.3\ \underline{3.2}$ $3^1 \rightarrow 1^1 \leftarrow 3^1$	$1.3\ \underline{3.1\ 3.2}$ $1^1 \leftarrow 3^2$	$\underline{3.2}\ 1.3\ \underline{3.1}$ $3^1 \rightarrow 1^1 \leftarrow 3^1$	$1.3\ \underline{3.2\ 3.1}$ $1^1 \leftarrow 3^2$
$\underline{2.1\ 2.2}\ 2.3$ $2^2 \rightarrow 2^1$	$\underline{2.2\ 2.1}\ 2.3$ $2^2 \rightarrow 2^1$	$\underline{2.1}\ 2.3\ \underline{2.2}$ $2^1 \rightarrow 2^1 \leftarrow 2^1$	$2.3\ \underline{2.1\ 2.2}$ $2^1 \leftarrow 2^2$	$\underline{2.2}\ 2.3\ \underline{2.1}$ $2^1 \rightarrow 2^1 \leftarrow 2^1$	$2.3\ \underline{2.2\ 2.1}$ $2^1 \leftarrow 2^2$
$3.1\ \underline{2.2\ 2.3}$ $3^1 \leftarrow 2^2$	$\underline{2.2}\ 3.1\ \underline{2.3}$ $2^1 \rightarrow 3^1 \leftarrow 2^1$	$3.1\ \underline{2.3\ 2.2}$ $3^1 \leftarrow 2^2$	$\underline{2.3}\ 3.1\ \underline{2.2}$ $2^1 \rightarrow 3^1 \leftarrow 2^1$	$\underline{2.2\ 2.3}\ 3.1$ $2^2 \rightarrow 3^1$	$\underline{2.3\ 2.2}\ 3.1$ $2^2 \leftarrow 3^1$
$\underline{3.1\ 3.2}\ 2.3$ $3^2 \rightarrow 2^1$	$\underline{3.2\ 3.1}\ 2.3$ $3^2 \rightarrow 2^1$	$\underline{3.1}\ 2.3\ \underline{3.2}$ $3^1 \rightarrow 2^1 \leftarrow 3^1$	$2.3\ \underline{3.1\ 3.2}$ $2^1 \leftarrow 3^2$	$\underline{3.2}\ 2.3\ \underline{3.1}$ $3^1 \rightarrow 2^1 \leftarrow 3^1$	$2.3\ \underline{3.2\ 3.1}$ $2^1 \leftarrow 3^2$
$\underline{3.1\ 3.2}\ 3.3$ $3^2 \rightarrow 3^1$	$\underline{3.2\ 3.1}\ 3.3$ $3^2 \rightarrow 3^1$	$\underline{3.1}\ 3.3\ \underline{3.2}$ $3^1 \rightarrow 3^1 \leftarrow 3^1$	$3.3\ \underline{3.1\ 3.2}$ $3^1 \leftarrow 3^2$	$\underline{3.2}\ 3.3\ \underline{3.1}$ $3^1 \rightarrow 3^1 \leftarrow 3^1$	$3.3\ \underline{3.2\ 3.1}$ $3^1 \leftarrow 3^2$
$\underline{3.1\ 3.2}\ 2.3$ $3^2 \rightarrow 2^1$	$\underline{3.2\ 3.1}\ 2.3$ $3^2 \rightarrow 2^1$	$\underline{3.1}\ 2.3\ \underline{3.2}$ $3^1 \rightarrow 2^1 \leftarrow 3^1$	$2.3\ \underline{3.1\ 3.2}$ $2^1 \leftarrow 3^2$	$\underline{3.2}\ 2.3\ \underline{3.1}$ $3^1 \rightarrow 2^1 \leftarrow 3^1$	$2.3\ \underline{3.2\ 3.1}$ $2^1 \leftarrow 3^2$
$\underline{3.1\ 3.2}\ 3.3$ $3^2 \rightarrow 3^1$	$\underline{3.2\ 3.1}\ 3.3$ $3^2 \rightarrow 3^1$	$\underline{3.1}\ 3.3\ \underline{3.2}$ $3^1 \rightarrow 3^1 \leftarrow 3^1$	$3.3\ \underline{3.1\ 3.2}$ $3^1 \leftarrow 3^2$	$\underline{3.2}\ 3.3\ \underline{3.1}$ $3^1 \rightarrow 3^1 \leftarrow 3^1$	$3.3\ \underline{3.2\ 3.1}$ $3^1 \leftarrow 3^2$
$\underline{1.1\ 2.2}\ 3.3$ $1.1\ \underline{2.2\ 3.3}$ $\underline{1.1}\ 2.2\ \underline{3.3}$ $1^1 \leftrightarrow 2^1 \rightarrow 3^1$ $1^1 \leftarrow 2^1 \leftrightarrow 3^1$ $1^1 \rightarrow 2^1 \leftarrow 3^1$	$\underline{2.2\ 1.1}\ 3.3$ $2.2\ \underline{1.1\ 3.3}$ $\underline{2.2}\ 1.1\ \underline{3.3}$ $2^1 \leftrightarrow 1^1 \rightarrow 3^1$ $2^1 \leftarrow 1^1 \leftrightarrow 3^1$ $2^1 \rightarrow 1^1 \leftarrow 3^1$	$\underline{1.1\ 3.3}\ 2.2$ $1.1\ \underline{3.3\ 2.2}$ $\underline{1.1}\ 3.3\ \underline{2.2}$ $1^1 \leftrightarrow 3^1 \rightarrow 2^1$ $1^1 \leftarrow 3^1 \leftrightarrow 2^1$ $1^1 \rightarrow 3^1 \leftarrow 2^1$	$\underline{3.3\ 1.1}\ 2.2$ $3.3\ \underline{1.1\ 2.2}$ $\underline{3.3}\ 1.1\ \underline{2.2}$ $3^1 \leftrightarrow 1^1 \rightarrow 2^1$ $3^1 \leftarrow 1^1 \leftrightarrow 2^1$ $3^1 \rightarrow 1^1 \leftarrow 2^1$	$\underline{2.2\ 3.3}\ 1.1$ $2.2\ \underline{3.3\ 1.1}$ $\underline{2.2}\ 3.3\ \underline{1.1}$ $2^1 \leftrightarrow 3^1 \rightarrow 1^1$ $2^1 \leftarrow 3^1 \leftrightarrow 1^1$ $2^1 \rightarrow 3^1 \leftarrow 1^1$	$\underline{3.3\ 2.2}\ 1.1$ $3.3\ \underline{2.2\ 1.1}$ $\underline{3.3}\ 2.2\ \underline{1.1}$ $3^1 \leftrightarrow 2^1 \rightarrow 1^1$ $3^1 \leftarrow 2^1 \leftrightarrow 1^1$ $3^1 \rightarrow 2^1 \leftarrow 1^1$

4. Die transpositionellen Realitäten unterscheiden sich also in drei strukturellen Eigenschaften von den gewöhnlichen dualen Realitäten:

1. Neben der gewöhnlichen Rechts-Links-Thematisation:

$(3.1\ 2.1\ 1.3) \times (3.1\ \underline{1.2\ 1.3})$ $\qquad 31 \leftarrow 12$

gibt es Links-Rechts-Thematisationen:

(1.3 2.1 3.1) × (<u>1.3 1.2</u> 3.1) $12 \rightarrow 31$

2. Innerhalb sowohl der Rechts-Links- als auch der Links-Rechts-Thematisationen spielt die Reihenfolge und das heisst der Stellenwert der beiden thematisierenden Subzeichen eine Rolle:

(3.1 2.1 1.3) × (3.1 <u>1.2 1.3</u>) $31 \leftarrow 12$
(2.1 3.1 1.3) × (3.1 <u>1.3 1.2</u>) $31 \leftarrow 12$

(1.3 3.1 2.1) × (<u>1.2 1.3</u> 3.1) $12 \rightarrow 31$
(1.3 2.1 3.1) × (<u>1.3 1.2</u> 3.1) $12 \rightarrow 31$

3. Es treten sog. Sandwich-Thematisationen auf (vgl. Toth 2007, S. 216). Auch bei ihnen spielt der Stellenwert der thematisierenden Subzeichen eine Rolle:

(3.1 1.3 2.1) × (<u>1.2</u> 3.1 <u>1.3</u>) $11 \leftarrow 31 \rightarrow 11$

(2.1 1.3 3.1) × (<u>1.3</u> 3.1 <u>1.2</u>) $11 \leftarrow 31 \rightarrow 11$

$12 \rightarrow 31$ und $31 \leftarrow 12$, $12 \rightarrow 31$ und $31 \leftarrow 12$ verhalten sich nun wie “antidromische”, d.h. anti-parallele Zeitpfeile und damit wie Morphismen und Hetero-Morphismen zueinander (vgl. Kaehr 2007, S. 8 ff.), d.h. wie der untere und der obere kompositionelle Teil kategorietheoretischer Diamanten, die als strukturlogische Modelle einer polykontexturalen Logik dienen. Die Sandwich-Thematisationen von Typ $11 \leftarrow 31 \rightarrow 11$ können damit zu einer semiotischen Illustrationen des von Kaehr geschilderten Sachverhaltes dienen, dass antidromische Zeitstrukturen dem “leaving and approaching at once” dienen, “both together at once and, at the same time, neither the one nor the other” (2007, S. 8).

Literatur

Bense, Max, Vermittlung der Realitäten. Baden-Baden 1976
Kaehr, Rudolf, Towards Diamonds. Glasgow 2007.
http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Towards_Diamonds.pdf
Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. Klagenfurt 2007

Toth, Alfred, Semiotische Diamanten. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2008a
Toth, Alfred, Eigenrealität und Symmetrie. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2008b

Das semiotische Spiegelkabinett

1. Statische Zeichenzusammenhänge

Jede Zeichenklasse hängt mit ihrer zugehörigen Realitätsthematik in mindestens einem Subzeichen zusammen:

1 $(3.1\ 2.1\ \underline{1.1} \times \underline{1.1}\ 1.2\ 1.3)$
2 $(3.1\ \underline{2.1}\ \underline{1.2} \times \underline{2.1}\ \underline{1.2}\ 1.3)$
3 $(\underline{3.1}\ 2.1\ \underline{1.3} \times \underline{3.1}\ 1.2\ \underline{1.3})$
4 $(3.1\ \underline{2.2}\ 1.2 \times 2.1\ \underline{2.2}\ 1.3)$
5 $(\underline{3.1}\ \underline{2.2}\ \underline{1.3} \times \underline{3.1}\ \underline{2.2}\ \underline{1.3})$
6 $(\underline{3.1}\ 2.3\ \underline{1.3} \times \underline{3.1}\ 3.2\ \underline{1.3})$
7 $(3.2\ \underline{2.2}\ 1.2 \times 2.1\ \underline{2.2}\ 2.3)$
8 $(3.2\ \underline{2.2}\ 1.3 \times 3.1\ \underline{2.2}\ 2.3)$
9 $(\underline{3.2}\ \underline{2.3}\ 1.3 \times 3.1\ \underline{3.2}\ \underline{2.3})$
10 $(\underline{3.3}\ 2.3\ 1.3 \times 3.1\ 3.2\ \underline{3.3})$

Wir können daher zwischen monadisch, dyadisch und triadisch zusammenhängenden Zeichenklassen und Realitätsthematiken unterscheiden.

Die Zeichenklassen bzw. Realitätsthematiken hängen untereinander in 0, 1 oder 2 Subzeichen zusammen. In der folgenden "Bruchdarstellung" bezeichnet x/y = z, dass die Zeichenklasse x mit der Zeichenklasse y in z Subzeichen zusammenhängt:

1/2 = 2; 1/3 = 2; 1/4 = 1; 1/5 = 1; 1/6 = 1; 1/7 = 0; 1/8 = 0; 1/9 = 0; 1/10 = 0
2/3 = 2; 2/4 = 2; 2/5 = 1; 2/6 = 1; 2/7 = 1; 2/8 = 0; 2/9 = 0; 2/10 = 0
3/4 = 1; 3/5 = 2; 3/6 = 2; 3/7 = 0; 3/8 = 1; 3/9 = 1; 3/10 = 1
4/5 = 2; 4/6 = 1; 4/7 = 2; 4/8 = 1; 4/9 = 0; 4/10 = 0
5/6 = 2; 5/7 = 1; 5/8 = 2; 5/9 = 1; 5/10 = 1
6/7 = 0; 6/8 = 1; 6/9 = 2; 6/10 = 2
7/8 = 2; 7/9 = 1; 7/10 = 0
8/9 = 2; 8/10 = 1
9/10 = 2

Beispiele:

(3.2 2.2 1.2) / (3.3 2.3 1.3) = ∅

(3.2 2.2 1.3) / /3.3 2.3 1.3) = (1.3)
(3.2 2.3 1.3) / (3.3 2.3 1.3) = (2.3 1.3).

2. Dynamische Zeichenzusammenhänge

Zeichenklassen und ihre koordinierten Realitätsthematiken können auch über gleiche Subzeichen-Paare und daher semiotische Morphismen miteinander zusammenhängen. In diesem Falle müssen allerdings alle Transpositionen gesondert untersucht werden:

1	(3.1 2.1 1.1 × 1.1 1.2 1.3)	
2	(3.1 $\underline{2.1\ 1.2}$ × $\underline{2.1\ 1.2}$ 1.3)	(2.1 → 1.2)
3	(3.1 2.1 1.3 × 3.1 1.2 1.3)	
4	(3.1 2.2 1.2 × 2.1 2.2 1.3)	
5	($\underline{3.1}\ \underline{\underline{2.2}}\ \underline{1.3}$ × $\underline{3.1}\ \underline{\underline{2.2}}\ \underline{1.3}$)	(3.1 → 2.2) (2.2 → 1.3)
6	(3.1 2.3 1.3 × 3.1 3.2 1.3)	
7	(3.2 2.2 1.2 × 2.1 2.2 2.3)	
8	(3.2 2.2 1.3 × 3.1 2.2 2.3)	
9	(3.2 2.3 1.3 × 3.1 3.2 2.3)	
10	(3.3 2.3 1.3 × 3.1 3.2 3.3)	

1	(3.1 1.1 2.1 × 1.2 1.1 1.3)	
2	(3.1 $\underline{1.2\ 2.1}$ × $\underline{1.2\ 2.1}$ 1.3)	(1.2 → 2.1)
3	($\underline{3.1\ 1.3}$ 2.1 × 1.2 $\underline{3.1\ 1.3}$)	(3.1 → 1.3)
4	(3.1 1.2 2.2 × 2.2 2.1 1.3)	
5	($\underline{3.1\ 1.3}$ 2.2 × 2.2 $\underline{3.1\ 1.3}$)	(3.1 → 1.3)
6	($\underline{3.1\ 1.3}$ 2.3 × 3.2 $\underline{3.1\ 1.3}$)	(3.1 → 1.3)
7	(3.2 1.2 2.2 × 2.2 2.1 2.3)	
8	(3.2 1.3 2.2 × 2.2 3.1 2.3)	
9	(3.2 1.3 2.3 × 3.2 3.1 2.3)	
10	(3.3 1.3 2.3 × 3.2 3.1 3.3)	

1	(2.1 3.1 1.1) × (1.1 1.3 1.2)	
2	(2.1 3.1 1.2) × (2.1 1.3 1.2)	
3	(2.1 $\underline{3.1\ 1.3}$) × ($\underline{3.1\ 1.3}$ 1.2)	(3.1 → 1.3)
4	(2.2 3.1 1.2) × (2.1 1.3 2.2)	
5	(2.2 3.1 1.3) × (3.1 1.3 2.2)	
6	(2.3 $\underline{3.1\ 1.3}$) × ($\underline{3.1\ 1.3}$ 3.2)	(3.1 → 1.3)

7	(2.2 3.2 1.2) × (2.1 2.3 2.2)	
8	(2.2 3.2 1.3) × (3.1 2.3 2.2)	
9	($\underline{2.3\ 3.2}$ 1.3) × (3.1 $\underline{2.3\ 3.2}$)	(2.3 → 3.2)
10	(2.3 3.3 1.3) × (3.1 3.3 3.2)	

1	(2.1 1.1 3.1) × (1.3 1.1 1.2)	
2	($\underline{2.1\ 1.2}$ 3.1) × (1.3 $\underline{2.1\ 1.2}$)	(2.1 → 1.2)
3	(2.1 $\underline{1.3\ 3.1}$) × ($\underline{1.3\ 3.1}$ 1.2)	(1.3 → 3.1)
4	(2.2 1.2 3.1) × (1.3 2.1 2.2)	
5	(2.2 $\underline{1.3\ 3.1}$) × ($\underline{1.3\ 3.1}$ 2.2)	(1.3 → 3.1)
6	(2.3 $\underline{1.3\ 3.1}$) × ($\underline{1.3\ 3.1}$ 3.2)	(1.3 → 3.1)
7	(2.2 1.2 3.2) × (2.3 2.1 2.2)	
8	(2.2 1.3 3.2) × (2.3 3.1 2.2)	
9	(2.3 1.3 3.2) × (2.3 3.1 3.2)	
10	(2.3 1.3 3.3) × (3.3 3.1 3.2)	

1	(1.1 3.1 2.1) × (1.2 1.3 1.1)	
2	(1.2 3.1 2.1) × (1.2 1.3 2.1)	
3	($\underline{1.3\ 3.1}$ 2.1) × (1.2 $\underline{1.3\ 3.1}$)	(1.3 → 3.1)
4	(1.2 3.1 2.2) × (2.2 1.3 2.1)	
5	($\underline{1.3\ 3.1}$ 2.2) × (2.2 $\underline{1.3\ 3.1}$)	(1.3 → 3.1)
6	($\underline{1.3\ 3.1}$ 2.3) × (3.2 $\underline{1.3\ 3.1}$)	(1.3 → 3.1)
7	(1.2 3.2 2.2) × (2.2 2.3 2.1)	
8	(1.3 3.2 2.2) × (2.2 2.3 3.1)	
9	(1.3 $\underline{3.2\ 2.3}$) × ($\underline{3.2\ 2.3}$ 3.1)	(3.2 → 2.3)
10	(1.3 3.3 2.3) × (3.2 3.3 3.1)	

1	(1.1 2.1 3.1) × (1.3 1.2 1.1)	
2	($\underline{1.2\ 2.1}$ 3.1) × (1.3 $\underline{1.2\ 2.1}$)	(1.2 → 2.1)
3	(1.3 2.1 3.1) × (1.3 1.2 3.1)	
4	(1.2 2.2 3.1) × (1.3 2.2 2.1)	
5	($\underline{1.3\ \underline{2.2}\ 3.1}$) × ($\underline{1.3\ \underline{2.2}\ 3.1}$)	(1.3 → 2.2) (2.2 → 3.1)
6	(1.3 2.3 3.1) × (1.3 3.2 3.1)	
7	(1.2 2.2 3.2) × (2.3 2.2 2.1)	
8	(1.3 2.2 3.2) × (2.3 2.2 3.1)	
9	(1.3 $\underline{2.3\ 3.2}$) × ($\underline{2.3\ 3.2}$ 3.1)	(2.3 → 3.2)

10 (1.3 2.3 3.3) × (3.3 3.2 3.1)

Wie man erkennt, ist also der durch die semiotischen Morphismen ausgedrückte semiosische Zusammenhang von Zeichenklassen im Gegensatz zu dem durch die gemeinsamen Subzeichen ausgedrückten statischen Zusammenhang nicht trivial und dazu punkto Transpositionen variabel. Deshalb sollen hier alle Möglichkeiten der Kombinationen von Transpositionen und ihren Dualisaten (also einschliesslich der Zeichenklassen und ihrer Realitätsthematiken) untersucht werden. Gleich rekurrente Morphismen werden durch durchgezogene, invertiert rekurrente Morphismen durch unterbrochene Unterstreichung markiert.

1. Zkl (3.1 2.1 1.1)

1.1. Transpositionen vs. Transpositionen

3.1 2.1 1.1	3.1 1.1 2.1	3.1 1.1 2.1	2.1 3.1 1.1	2.1 3.1 1.1	2.1 1.1 3.1
3.1 2.1 1.1	2.1 3.1 1.1	3.1 1.1 2.1	2.1 1.1 3.1	2.1 3.1 1.1	1.1 3.1 2.1
3.1 2.1 1.1	2.1 1.1 3.1	3.1 1.1 2.1	1.1 3.1 2.1	2.1 3.1 1.1	1.1 2.1 3.1
3.1 2.1 1.1	1.1 3.1 2.1	3.1 1.1 2.1	1.1 2.1 3.1		
3.1 2.1 1.1	1.1 2.1 3.1				
2.1 1.1 3.1	1.1 3.1 2.1	1.1 3.1 2.1	1.1 2.1 3.1		
2.1 1.1 3.1	1.1 2.1 3.1				

1.2. Duale Transpositionen vs. duale Transpositionen

1.1 1.2 1.3	1.2 1.1 1.3	1.2 1.1 1.3	1.1 1.3 1.2	1.1 1.3 1.2	1.3 1.1 1.2
1.1 1.2 1.3	1.1 1.3 1.2	1.2 1.1 1.3	1.3 1.1 1.2	1.1 1.3 1.2	1.2 1.3 1.1
1.1 1.2 1.3	1.3 1.1 1.2	1.2 1.1 1.3	1.2 1.3 1.1	1.1 1.3 1.2	1.3 1.2 1.1
1.1 1.2 1.3	1.2 1.3 1.1	1.2 1.1 1.3	1.3 1.2 1.1		
1.1 1.2 1.3	1.3 1.2 1.1	1.2 1.1 1.3			
1.3 1.1 1.2	1.2 1.3 1.1	1.2 1.3 1.1	1.3 1.2 1.1		
1.3 1.1 1.2	1.3 1.2 1.1				

1.3. Transpositionen vs. duale Transpositionen

3.1 2.1 1.1	1.2 1.1 1.3	3.1 1.1 2.1	1.1 1.3 1.2	2.1 3.1 1.1	1.3 1.1 1.2
3.1 2.1 1.1	1.1 1.3 1.2	3.1 1.1 2.1	1.3 1.1 1.2	2.1 3.1 1.1	1.2 1.3 1.1
3.1 2.1 1.1	1.3 1.1 1.2	3.1 1.1 2.1	1.2 1.3 1.1	2.1 3.1 1.1	1.3 1.2 1.1
3.1 2.1 1.1	1.2 1.3 1.1	3.1 1.1 2.1	1.3 1.2 1.1		
3.1 2.1 1.1	1.3 1.2 1.3				
2.1 1.1 3.1	1.2 1.3 1.1	1.1 3.1 2.1	1.3 1.2 1.1		
2.1 1.1 3.1	1.3 1.2 1.1				

2. Zkl (3.1 2.1 1.2)

2.1. Transpositionen vs. Transpositionen

3.1 2.1 1.2	3.1 1.2 2.1	3.1 1.2 2.1	2.1 3.1 1.2	2.1 3.1 1.2	2.1 1.2 3.1
3.1 2.1 1.2	2.1 3.1 1.2	3.1 1.2 2.1	2.1 1.2 3.1	2.1 3.1 1.2	1.2 3.1 2.1
3.1 2.1 1.2	2.1 1.2 3.1	3.1 1.2 2.1	1.2 3.1 2.1	2.1 3.1 1.2	1.2 2.1 3.1
3.1 2.1 1.2	1.2 3.1 2.1	3.1 1.2 2.1	1.2 2.1 3.1		
3.1 2.1 1.2	1.2 2.1 3.1				
2.1 1.2 3.1	1.2 3.1 2.1	1.2 3.1 2.1	1.2 2.1 3.1		
2.1 1.2 3.1	1.2 2.1 3.1				

2.2. Duale Transpositionen vs. duale Transpositionen

2.1 1.2 1.3	1.2 2.1 1.3	1.2 2.1 1.3	2.1 1.3 1.2	2.1 1.3 1.2	1.3 2.1 1.2
2.1 1.2 1.3	2.1 1.3 1.2	1.2 2.1 1.3	1.3 2.1 1.2	2.1 1.3 1.2	1.2 1.3 2.1
2.1 1.2 1.3	1.3 2.1 1.2	1.2 2.1 1.3	1.2 1.3 2.1	2.1 1.3 1.2	1.3 1.2 2.1
2.1 1.2 1.3	1.2 1.3 2.1	1.2 2.1 1.3	1.3 1.2 2.1		
2.1 1.2 1.3	1.3 1.2 2.1				
1.3 2.1 1.2	1.2 1.3 2.1	1.2 1.3 2.1	1.3 1.2 2.1		
1.3 2.1 1.2	1.3 1.2 2.1				

2.3. Transpositionen vs. duale Transpositionen

3.1 2.1 1.2	1.2 2.1 1.3	3.1 1.2 2.1	2.1 1.3 1.2	2.1 3.1 1.2	1.3 2.1 1.2
3.1 2.1 1.2	2.1 1.3 1.2	3.1 1.2 2.1	1.3 2.1 1.2	2.1 3.1 1.2	1.2 1.3 2.1
3.1 2.1 1.2	1.3 2.1 1.2	3.1 1.2 2.1	1.2 1.3 2.1	2.1 3.1 1.2	1.3 1.2 2.1
3.1 2.1 1.2	1.2 1.3 2.1	3.1 1.2 2.1	1.3 1.2 2.1		
3.1 2.1 1.2	1.3 1.2 2.1				
2.1 1.2 3.1	1.2 1.3 2.1	1.2 3.1 2.1	1.3 1.2 2.1		
2.1 1.2 3.1	1.3 1.2 2.1				

3. Zkl (3.1 2.1 1.3)

3.1. Transpositionen vs. Transpositionen

3.1 2.1 1.3	3.1 1.3 2.1	3.1 1.3 2.1	2.1 3.1 1.3	2.1 3.1 1.3	2.1 1.3 3.1
3.1 2.1 1.3	2.1 3.1 1.3	3.1 1.3 2.1	2.1 1.3 3.1	2.1 3.1 1.3	1.3 3.1 2.1
3.1 2.1 1.3	2.1 1.3 3.1	3.1 1.3 2.1	1.3 3.1 2.1	2.1 3.1 1.3	1.3 2.1 3.1
3.1 2.1 1.3	1.3 3.1 2.1	3.1 1.3 2.1	1.3 2.1 3.1		
3.1 2.1 1.3	1.3 2.1 3.1				
2.1 1.3 3.1	1.3 3.1 2.1	1.3 3.1 2.1	1.3 2.1 3.1		
2.1 1.3 3.1	1.3 2.1 3.1				

3.2. Duale Transpostionen vs. duale Transpositionen

3.1 1.2 1.3	1.2 3.1 1.3	1.2 3.1 1.3	3.1 1.3 1.2	3.1 1.3 1.2	1.3 3.1 1.2
3.1 1.2 1.3	3.1 1.3 1.2	1.2 3.1 1.3	1.3 3.1 1.2	3.1 1.3 1.2	1.2 1.3 3.1
3.1 1.2 1.3	1.3 3.1 1.2	1.2 3.1 1.3	1.2 1.3 3.1	3.1 1.3 1.2	1.3 1.2 3.1
3.1 1.2 1.3	1.2 1.3 3.1	1.2 3.1 1.3	1.3 1.2 3.1		
3.1 1.2 1.3	1.3 1.2 3.1				
1.3 3.1 1.2	1.2 1.3 3.1	1.2 1.3 3.1	1.3 1.2 3.1		
1.3 3.1 1.2	1.3 1.2 3.1				

3.3. Transpositionen vs. duale Transpositionen

3.1 2.1 1.3	1.2 3.1 1.3	3.1 1.3 2.1	3.1 1.3 1.2	2.1 3.1 1.3	1.3 3.1 1.2
3.1 2.1 1.3	3.1 1.3 1.2	3.1 1.3 2.1	1.3 3.1 1.2	2.1 3.1 1.3	1.2 1.3 3.1
3.1 2.1 1.3	1.3 3.1 1.2	3.1 1.3 2.1	1.2 1.3 3.1	2.1 3.1 1.3	1.3 1.2 3.1
3.1 2.1 1.3	1.2 1.3 3.1	3.1 1.3 2.1	1.3 1.2 3.1		
3.1 2.1 1.3	1.3 1.2 3.1				
2.1 1.3 3.1	1.2 1.3 3.1	1.3 3.1 2.1	1.3 1.2 3.1		
2.1 1.3 3.1	1.3 1.2 3.1				

4. Zkl (3.1 2.2 1.2)

4.1. Transpositionen vs. Transpositionen

3.1 2.2 1.2	3.1 1.2 2.2	3.1 1.2 2.2	2.2 3.1 1.2	2.2 3.1 1.2	2.2 1.2 3.1
3.1 2.2 1.2	2.2 3.1 1.2	3.1 1.2 2.2	2.2 1.2 3.1	2.2 3.1 1.2	1.2 3.1 2.2
3.1 2.2 1.2	2.2 1.2 3.1	3.1 1.2 2.2	1.2 3.1 2.2	2.2 3.1 1.2	1.2 2.2 3.1
3.1 2.2 1.2	1.2 3.1 2.2	3.1 1.2 2.2	1.2 2.2 3.1		
3.1 2.2 1.2	1.2 2.2 3.1				
2.2 1.2 3.1	1.2 3.1 2.2	1.2 3.1 2.2	1.2 2.2 3.1		
2.2 1.2 3.1	1.2 2.2 3.1				

4.2. Duale Transpositionen vs. duale Transpositionen

2.1 2.2 1.3	2.2 2.1 1.3	2.2 2.1 1.3	2.1 1.3 2.2	2.1 1.3 2.2	1.3 2.1 2.2
2.1 2.2 1.3	2.1 1.3 2.2	2.2 2.1 1.3	1.3 2.1 2.2	2.1 1.3 2.2	2.2 1.3 2.1
2.1 2.2 1.3	1.3 2.1 2.2	2.2 2.1 1.3	2.2 1.3 2.1	2.1 1.3 2.2	1.3 2.2 2.1
2.1 2.2 1.3	2.2 1.3 2.1	2.2 2.1 1.3	1.3 2.2 2.1		
2.1 2.2 1.3	1.3 2.2 2.1				
1.3 2.1 2.2	2.2 1.3 2.1	2.2 1.3 2.1	1.3 2.2 2.1		
1.3 2.1 2.2	2.2 1.3 2.1				

4.3. Transpositionen vs. duale Transpositionen

3.1 2.2 1.2	2.2 2.1 1.3	3.1 1.2 2.2	2.1 1.3 2.2	2.2 3.1 1.2	1.3 2.1 2.2
3.1 2.2 1.2	2.1 1.3 2.2	3.1 1.2 2.2	1.3 2.1 2.2	2.2 3.1 1.2	2.2 1.3 2.1
3.1 2.2 1.2	1.3 2.1 2.2	3.1 1.2 2.2	2.2 1.3 2.1	2.2 3.1 1.2	1.3 2.2 2.1
3.1 2.2 1.2	2.2 1.3 2.1	3.1 1.2 2.2	1.3 2.2 2.1		
3.1 2.2 1.2	1.3 2.2 2.1				
2.2 1.2 3.1	2.2 1.3 2.1	1.2 3.1 2.2	1.3 2.2 2.1		
2.2 1.2 3.1	1.3 2.2 2.1				

5. Zkl (3.1 2.2 1.3)

5.1. Transpositionen vs. Transpositionen

3.1 2.2 1.3	3.1 1.3 2.2	3.1 1.3 2.2	2.2 3.1 1.3	2.2 3.1 1.3	2.2 1.3 3.1
3.1 2.2 1.3	2.2 3.1 1.3	3.1 1.3 2.2	2.2 1.3 3.1	2.2 3.1 1.3	1.3 3.1 2.2
3.1 2.2 1.3	2.2 1.3 3.1	3.1 1.3 2.2	1.3 3.1 2.2	2.2 3.1 1.3	1.3 2.2 3.1
3.1 2.2 1.3	1.3 3.1 2.2	3.1 1.3 2.2	1.3 2.2 3.1		
3.1 2.2 1.3	1.3 2.2 3.1				
2.2 1.3 3.1	1.3 3.1 2.2	1.3 3.1 2.2	1.3 2.2 3.1		
2.2 1.3 3.1	1.3 2.2 3.1				

5.2. Duale Transpositionen vs. duale Transpositionen

3.1 2.2 1.3	2.2 3.1 1.3	2.2 3.1 1.3	3.1 1.3 2.2	3.1 1.3 2.2	1.3 3.1 2.2
3.1 2.2 1.3	3.1 1.3 2.2	2.2 3.1 1.3	1.3 3.1 2.2	3.1 1.3 2.2	2.2 1.3 3.1
3.1 2.2 1.3	1.3 3.1 2.2	2.2 3.1 1.3	2.2 1.3 3.1	3.1 1.3 2.2	1.3 2.2 3.1
3.1 2.2 1.3	2.2 1.3 3.1	2.2 3.1 1.3	1.3 2.2 3.1		
3.1 2.2 1.3	1.3 2.2 3.1				
1.3 3.1 2.2	2.2 1.3 3.1	2.2 1.3 3.1	1.3 2.2 3.1		
1.3 3.1 2.2	1.3 2.2 3.1				

5.3. Transpositionen vs. duale Transpositionen

3.1 2.2 1.3	2.2 3.1 1.3	3.1 1.3 2.2	3.1 1.3 2.2	2.2 3.1 1.3	1.3 3.1 2.2
3.1 2.2 1.3	3.1 1.3 2.2	3.1 1.3 2.2	1.3 3.1 2.2	2.2 3.1 1.3	2.2 1.3 3.1
3.1 2.2 1.3	1.3 3.1 2.2	3.1 1.3 2.2	2.2 1.3 3.1	2.2 3.1 1.3	1.3 2.2 3.1
3.1 2.2 1.3	2.2 1.3 3.1	3.1 1.3 2.2	1.3 2.2 3.1		
3.1 2.2 1.3	1.3 2.2 3.1				
2.2 1.3 3.1	2.2 1.3 3.1	1.3 3.1 2.2	1.3 2.2 3.1		
2.2 1.3 3.1	1.3 2.2 3.1				

6. Zkl (3.1 2.3 1.3)

6.1. Transpositionen vs. Transpositionen

3.1 2.3 1.3	3.1 1.3 2.3	3.1 1.3 2.3	2.3 3.1 1.3	2.3 3.1 1.3	2.3 1.3 3.1
3.1 2.3 1.3	2.3 3.1 1.3	3.1 1.3 2.3	2.3 1.3 3.1	2.3 3.1 1.3	1.3 3.1 2.3
3.1 2.3 1.3	2.3 1.3 3.1	3.1 1.3 2.3	1.3 3.1 2.3	2.3 3.1 1.3	1.3 2.3 3.1
3.1 2.3 1.3	1.3 3.1 2.3	3.1 1.3 2.3	1.3 2.3 3.1		
3.1 2.3 1.3	1.3 2.3 3.1				
2.3 1.3 3.1	1.3 3.1 2.3	1.3 3.1 2.3	1.3 2.3 3.1		
2.3 1.3 3.1	1.3 2.3 3.1				

6.2. Duale Transpositionen vs. duale Transpositionen

3.1 3.2 1.3	3.2 3.1 1.3	3.2 3.1 1.3	3.1 1.3 3.2	3.1 1.3 3.2	1.3 3.1 3.2
3.1 3.2 1.3	3.1 1.3 3.2	3.2 3.1 1.3	1.3 3.1 3.2	3.1 1.3 3.2	3.2 1.3 3.1
3.1 3.2 1.3	1.3 3.1 3.2	3.2 3.1 1.3	3.2 1.3 3.1	3.1 1.3 3.2	1.3 3.2 3.1
3.1 3.2 1.3	3.2 1.3 3.1	3.2 3.1 1.3	1.3 3.2 3.1		
3.1 3.2 1.3	1.3 3.2 3.1				
1.3 3.1 3.2	3.2 1.3 3.1	3.2 1.3 3.1	1.3 3.2 3.1		
1.3 3.1 3.2	1.3 3.2 3.1				

6.3. Transpositionen vs. duale Transpositionen

3.1 2.3 1.3	3.2 3.1 1.3	3.1 1.3 2.3	3.1 1.3 3.2	2.3 3.1 1.3	1.3 3.1 3.2
3.1 2.3 1.3	3.1 1.3 3.2	3.1 1.3 2.3	1.3 3.1 3.2	2.3 3.1 1.3	3.2 1.3 3.1
3.1 2.3 1.3	1.3 3.1 3.2	3.1 1.3 2.3	3.2 1.3 3.1	2.3 3.1 1.3	1.3 3.2 3.1
3.1 2.3 1.3	3.2 1.3 3.1	3.1 1.3 2.3	1.3 3.2 3.1		
3.1 2.3 1.3	1.3 3.2 3.1				
2.3 1.3 3.1	3.2 1.3 3.1	1.3 3.1 2.3	1.3 3.2 3.1		
1.3 3.1 3.2	1.3 3.2 3.1				

7. Zkl (3.2 2.2 1.2)

7.1. Transpositionen vs. Transpositionen

3.2 2.2 1.2	3.2 1.2 2.2	3.2 1.2 2.2	2.2 3.2 1.2	2.2 3.2 1.2	2.2 1.2 3.2
3.2 2.2 1.2	2.2 3.2 1.2	3.2 1.2 2.2	2.2 1.2 3.2	2.2 3.2 1.2	1.2 3.2 2.2
3.2 2.2 1.2	2.2 1.2 3.2	3.2 1.2 2.2	1.2 3.2 2.2	2.2 3.2 1.2	1.2 2.2 3.2
3.2 2.2 1.2	1.2 3.2 2.2	3.2 1.2 2.2	1.2 2.2 3.2		
3.2 2.2 1.2	1.2 2.2 3.2				
2.2 1.2 3.2	1.2 3.2 2.2	1.2 3.2 2.2	1.2 2.2 3.2		
2.2 1.2 3.2	1.2 2.2 3.2				

7.2. Duale Transpositionen vs. duale Transpositionen

2.1 2.2 2.3	2.2 2.1 2.3	2.2 2.1 2.3	2.1 2.3 2.2	2.1 2.3 2.2	2.3 2.1 2.2
2.1 2.2 2.3	2.1 2.3 2.2	2.2 2.1 2.3	2.3 2.1 2.2	2.1 2.3 2.2	2.2 2.3 2.1
2.1 2.2 2.3	2.3 2.1 2.2	2.2 2.1 2.3	2.2 2.3 2.1	2.1 2.3 2.2	2.3 2.2 2.1
2.1 2.2 2.3	2.2 2.3 2.1	2.2 2.1 2.3	2.3 2.2 2.1		
2.1 2.2 2.3	2.3 2.2 2.1				
2.3 2.1 2.2	2.2 2.3 2.1	2.2 2.3 2.1	2.3 2.2 2.1		
2.3 2.1 2.2	2.3 2.2 2.1				

7.3. Transpositionen vs. duale Transpositionen

3.2 2.2 1.2	2.2 2.1 2.3	3.2 1.2 2.2	2.1 2.3 2.2	2.2 3.2 1.2	2.3 2.1 2.2
3.2 2.2 1.2	2.1 2.3 2.2	3.2 1.2 2.2	2.3 2.1 2.2	2.2 3.2 1.2	2.2 2.3 2.1
3.2 2.2 1.2	2.3 2.1 2.2	3.2 1.2 2.2	2.2 2.3 2.1	2.2 3.2 1.2	2.3 2.2 2.1
3.2 2.2 1.2	2.2 2.3 2.1	3.2 1.2 2.2	2.3 2.2 2.1		
3.2 2.2 1.2	2.3 2.2 2.1				
2.2 1.2 3.2	2.2 2.3 2.1	1.2 3.2 2.2	2.3 2.2 2.1		
2.2 1.2 3.2	2.3 2.2 2.1				

8. Zkl (3.2 2.2 1.3)

8.1. Transpositionen vs. Transpositionen

3.2 2.2 1.3	3.2 1.3 2.2	3.2 1.3 2.2	2.2 3.2 1.3	2.2 3.2 1.3	2.2 1.3 3.2
3.2 2.2 1.3	2.2 3.2 1.3	3.2 1.3 2.2	2.2 1.3 3.2	2.2 3.2 1.3	1.3 3.2 2.2
3.2 2.2 1.3	2.2 1.3 3.2	3.2 1.3 2.2	1.3 3.2 2.2	2.2 3.2 1.3	1.3 2.2 3.2
3.2 2.2 1.3	1.3 3.2 2.2	3.2 1.3 2.2	1.3 2.2 3.2		
3.2 2.2 1.3	1.3 2.2 3.2				
2.2 1.3 3.2	1.3 3.2 2.2	1.3 3.2 2.2	1.3 2.2 3.2		
2.2 1.3 3.2	1.3 2.2 3.2				

8.2. Duale Transpositionen vs. duale Transpositionen

3.1 2.2 2.3	2.2 3.1 2.3	2.2 3.1 2.3	3.1 2.3 2.2	3.1 2.3 2.2	2.3 3.1 2.2
3.1 2.2 2.3	3.1 2.3 2.2	2.2 3.1 2.3	2.3 3.1 2.2	3.1 2.3 2.2	2.2 2.3 3.1
3.1 2.2 2.3	2.3 3.1 2.2	2.2 3.1 2.3	2.2 2.3 3.1	3.1 2.3 2.2	2.3 2.2 3.1
3.1 2.2 2.3	2.2 2.3 3.1	2.2 3.1 2.3	2.3 2.2 3.1		
3.1 2.2 2.3	2.3 2.2 3.1				
2.3 3.1 2.2	2.2 2.3 3.1	2.2 2.3 3.1	2.3 2.2 3.1		
2.3 3.1 2.2	2.3 2.2 3.1				

8.3. Transpositionen vs. duale Transpositionen

3.2 2.2 1.3	2.2 3.1 2.3	3.2 1.3 2.2	3.1 2.3 2.2	2.2 3.2 1.3	2.3 3.1 2.2
3.2 2.2 1.3	3.1 2.3 2.2	3.2 1.3 2.2	2.3 3.1 2.2	2.2 3.2 1.3	2.2 2.3 3.1
3.2 2.2 1.3	2.3 3.1 2.2	3.2 1.3 2.2	2.2 2.3 3.1	2.2 3.2 1.3	2.3 2.2 3.1
3.2 2.2 1.3	2.2 2.3 3.1	3.2 1.3 2.2	2.3 2.2 3.1		
3.2 2.2 1.3	2.3 2.2 3.1				
2.2 1.3 3.2	2.2 2.3 3.1	1.3 3.2 2.2	2.3 2.2 3.1		
2.2 1.3 3.2	2.3 2.2 3.1				

9. Zkl (3.2 2.3 1.3)

9.1. Transpositionen vs. Transpositionen

3.2 2.3 1.3	3.2 1.3 2.3	3.2 1.3 2.3	2.3 3.2 1.3	2.3 3.2 1.3	2.3 1.3 3.2
3.2 2.3 1.3	2.3 3.2 1.3	3.2 1.3 2.3	2.3 1.3 3.2	2.3 3.2 1.3	1.3 3.2 2.3
3.2 2.3 1.3	2.3 1.3 3.2	3.2 1.3 2.3	1.3 3.2 2.3	2.3 3.2 1.3	1.3 2.3 3.2
3.2 2.3 1.3	1.3 3.2 2.3	3.2 1.3 2.3	1.3 2.3 3.2		
3.2 2.3 1.3	1.3 2.3 3.2				
2.3 1.3 3.2	1.3 3.2 2.3	1.3 3.2 2.3	1.3 2.3 3.2		
2.3 1.3 3.2	1.3 2.3 3.2				

9.2. Duale Transpositionen vs. duale Transpositionen

3.1 3.2 2.3	3.2 3.1 2.3	3.2 3.1 2.3	3.1 2.3 3.2	3.1 2.3 3.2	2.3 3.1 3.2
3.1 3.2 2.3	3.1 2.3 3.2	3.2 3.1 2.3	2.3 3.1 3.2	3.1 2.3 3.2	3.2 2.3 3.1
3.1 3.2 2.3	2.3 3.1 3.2	3.2 3.1 2.3	3.2 2.3 3.1	3.1 2.3 3.2	2.3 3.2 3.1
3.1 3.2 2.3	3.2 2.3 3.1	3.2 3.1 2.3	2.3 3.2 3.1		
3.1 3.2 2.3	2.3 3.2 3.1				
2.3 3.1 3.2	3.2 2.3 3.1	3.2 2.3 3.1	2.3 3.2 3.1		
2.3 3.1 3.2	2.3 3.2 3.1				

9.3. Transpositionen vs. duale Transpositionen

3.2 2.3 1.3	3.2 3.1 2.3	3.2 1.3 2.3	3.1 2.3 3.2	2.3 3.2 1.3	2.3 3.1 3.2
3.2 2.3 1.3	3.1 2.3 3.2	3.2 1.3 2.3	2.3 3.1 3.2	2.3 3.2 1.3	3.2 2.3 3.1
3.2 2.3 1.3	2.3 3.1 3.2	3.2 1.3 2.3	3.2 2.3 3.1	2.3 3.2 1.3	2.3 3.2 3.1
3.2 2.3 1.3	3.2 2.3 3.1	3.2 1.3 2.3	2.3 3.2 3.1		
3.2 2.3 1.3	2.3 3.2 3.1				
2.3 1.3 3.2	3.2 2.3 3.1	1.3 3.2 2.3	2.3 3.2 3.1		
2.3 1.3 3.2	2.3 3.2 3.1				

10. Zkl (3.3 2.3 1.3)

10.1. Transpositionen vs. Transpositionen

3.3 2.3 1.3	3.3 1.3 2.3	3.3 1.3 2.3	2.3 3.3 1.3	2.3 3.3 1.3	2.3 1.3 3.3
3.3 2.3 1.3	2.3 3.3 1.3	3.3 1.3 2.3	2.3 1.3 3.3	2.3 3.3 1.3	1.3 3.3 2.3
3.3 2.3 1.3	2.3 1.3 3.3	3.3 1.3 2.3	1.3 3.3 2.3	2.3 3.3 1.3	1.3 2.3 3.3
3.3 2.3 1.3	1.3 3.3 2.3	3.3 1.3 2.3	1.3 2.3 3.3		
3.3 2.3 1.3	1.3 2.3 3.3				
2.3 1.3 3.3	1.3 3.3 2.3	1.3 3.3 2.3	1.3 2.3 3.3		
2.3 1.3 3.3	1.3 2.3 3.3				

10.2. Duale Transpositionen vs. duale Transpositionen

3.1 3.2 3.3	3.2 3.1 3.3	3.2 3.1 3.3	3.1 3.3 3.2	3.1 3.3 3.2	3.3 3.1 3.2
3.1 3.2 3.3	3.1 3.3 3.2	3.2 3.1 3.3	3.3 3.1 3.2	3.1 3.3 3.2	3.2 3.3 3.1
3.1 3.2 3.3	3.3 3.1 3.2	3.2 3.1 3.3	3.2 3.3 3.1	3.1 3.3 3.2	3.3 3.2 3.1
3.1 3.2 3.3	3.2 3.3 3.1	3.2 3.1 3.3	3.3 3.2 3.1		
3.1 3.2 3.3	3.3 3.2 3.1				
3.3 3.1 3.2	3.2 3.3 3.1	3.2 3.3 3.1	3.3 3.2 3.1		
3.3 3.1 3.2	3.3 3.2 3.1				

10.3. Transpositionen vs. duale Transpositionen

3.3 2.3 1.3	3.2 3.1 3.3	3.3 1.3 2.3	3.1 3.3 3.2	2.3 3.3 1.3	3.3 3.1 3.2
3.3 2.3 1.3	3.1 3.3 3.2	3.3 1.3 2.3	3.3 3.1 3.2	2.3 3.3 1.3	3.2 3.3 3.1
3.3 2.3 1.3	3.3 3.1 3.2	3.3 1.3 2.3	3.2 3.3 3.1	2.3 3.3 1.3	3.3 3.2 3.1
3.3 2.3 1.3	3.2 3.3 3.1	3.3 1.3 2.3	3.3 3.2 3.1		
3.3 2.3 1.3	3.3 3.2 3.1				
2.3 1.3 3.3	3.2 3.3 3.1	1.3 3.3 2.3	3.3 3.2 3.1		
2.3 1.3 3.3	3.3 3.2 3.1				

11. KatKl (3.3 2.2 1.1)

11.1. Transpositionen vs. Transpositionen

3.3 2.2 1.1	3.3 1.1 2.2	3.3 1.1 2.2	2.2 3.3 1.1	2.2 3.3 1.1	2.2 1.1 3.3
3.3 2.2 1.1	2.2 3.3 1.1	3.3 1.1 2.2	2.2 1.1 3.3	2.2 3.3 1.1	1.1 3.3 2.2
3.3 2.2 1.1	2.2 1.1 3.3	3.3 1.1 2.2	1.1 3.3 2.2	2.2 3.3 1.1	1.1 2.2 3.3
3.3 2.2 1.1	1.1 3.3 2.2	3.3 1.1 2.2	1.1 2.2 3.3		
3.3 2.2 1.1	1.1 2.2 3.3				
2.2 1.1 3.3	1.1 3.3 2.2	1.1 3.3 2.2	1.1 2.2 3.3		
2.2 1.1 3.3	1.1 2.2 3.3				

11.2. Duale Transpositionen vs. duale Transpositionen

1.1 2.2 3.3	2.2 1.1 3.3	2.2 1.1 3.3	1.1 3.3 2.2	1.1 3.3 2.2	3.3 1.1 2.2
1.1 2.2 3.3	1.1 3.3 2.2	2.2 1.1 3.3	3.3 1.1 2.2	1.1 3.3 2.2	2.2 3.3 1.1
1.1 2.2 3.3	3.3 1.1 2.2	2.2 1.1 3.3	2.2 3.3 1.1	1.1 3.3 2.2	3.3 2.2 1.1
1.1 2.2 3.3	2.2 3.3 1.1	2.2 1.1 3.3	3.3 2.2 1.1		
1.1 2.2 3.3	3.3 2.2 1.1				

3.3 1.1 2.2	2.2 3.3 1.1	2.2 3.3 1.1	3.3 2.2 1.1
3.3 1.1 2.2	3.3 2.2 1.1		

11.3. Transpositionen vs. duale Transpositionen

3.3 2.2 1.1	2.2 1.1 3.3	3.3 1.1 2.2	1.1 3.3 2.2	2.2 3.3 1.1	3.3 1.1 2.2
3.3 2.2 1.1	1.1 3.3 2.2	3.3 1.1 2.2	3.3 1.1 2.2	2.2 3.3 1.1	2.2 3.3 1.1
3.3 2.2 1.1	3.3 1.1 2.2	3.3 1.1 2.2	2.2 3.3 1.1	2.2 3.3 1.1	3.3 2.2 1.1
3.3 2.2 1.1	2.2 3.3 1.1	3.3 1.1 2.2	3.3 2.2 1.1		
3.3 2.2 1.1	3.3 2.2 1.1				

2.2 1.1 3.3	2.2 3.3 1.1	1.1 3.3 2.2	3.3 2.2 1.1
2.2 1.1 3.3	3.3 2.2 1.1		

Wie man erkennt, folgen alle Kombinationen von Transpositionen (Zeichenklassen und Realitätsthematiken) dem folgenden Schema:

.....	rechts	—	links	.....	rechts
.....	links	.....	triadisch-invers	.....	triadisch-invers
—	rechts	.....	links	—	links
—	links	—	rechts		
.....	triadisch-invers				

—	rechts	.....	rechts
.....	links		

Das Muster der Kombinationen von dualen Transpositionen untereinander ist dabei das gleiche, nur dass die Positionen der semiotischen Morphismen spiegelverkehrt, d.h. invers sind:

.....	links	—	rechts	.....	links
.....	rechts	.....	triadisch-invers	.....	triadisch-invers
—	links	.....	rechts	—	rechts
—	rechts	—	links		
.....	triadisch-invers				

—	links	.....	links
.....	rechts		

Bei den Kombinationen von Transpositionen und dualen Transpositionen dagegen gibt es kein einheitliches Muster. Wegen ihrer zahlreichen Symmetrien lohnt es sich aber auch hier, die Patterns der eigenrealen Zeichenklasse (3.1 2.2 1.3) und der Genuinen Kategorienklasse (3.3 2.2 1.1) zu betrachten.

Die eigenreale Zeichenklasse zeigt folgendes Schema:

.....	links	—	triadisch	.....	triadisch-invers
.....	rechts	.....	links	.....	rechts
—	links	.....	triadisch-invers	—	links
—	rechts	—	rechts		
.....	triadisch-invers				

—	triadisch	.....	rechts
.....	links		

Die Genuine Kategorienklasse das folgende:

—	rechts	.....	links	—	links
—	links	—	triadisch	—	triadisch
.....	rechts	—	links	.....	links
.....	links	.....	rechts		
—	triadisch				

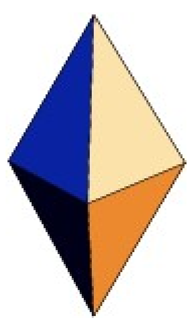
.....	rechts	—	rechts
—	links		

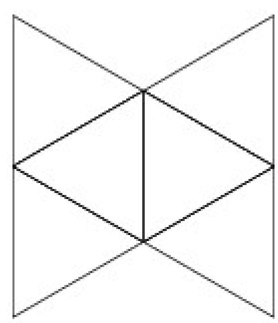
Die beiden Patterns sind also komplett verschieden voneinander.

3. Das semiotische Spiegelkabinett

Die gegenwärtige kosmologische Forschung geht auf der Basis der "kosmischen Topologie" von einem tetraedrischen Modell des Universums aus: "Represent T as a set G of quaternions acting by conjugation. Now let the same set G act on S3 by multiplication. There is our group Γ of fixed-point free symmetries of the 3-sphere. The only catch is that each of the original symmetries of S2 is realized by two different quaternions **q** and **–q** so the group G has twice as many elements as the original group. In the present example with the original group being the tetrahedral group T the final group Γ is the binary tetrahedral group T* of order 24" (Weeks 2004, S. 615). "If the speed of light were infinite inhabitants of the binary tetrahedral space S3/T* would see 24 images of every cosmological object" (2004, S. 614).

Die genannten geometrischen Bedingungen werden erfüllt von einer tetraedrischen Dipyramide, das hier links als räumlicher Johnson-Körper und rechts als aufgefaltetes zweidimensionales Modell gezeigt wird.





http://mathworld.wolfram.com/TriangularDipyramid.html

Besonders im aufgefalteten Modell rechts wird deutlich, dass hier 6 Dreiecke zusammentreffen, die dreidimensional eine tetraedrische Dipyramide darstellen. Das Modell rechts kann also o.B.d.A. zur Repräsentation einer Zeichenklasse bzw. einer Realitätsthematik mit ihren je 6 Transpositionen dienen.

Schauen wir uns nun das Verhältnis von kosmologischen Objekten und ihren "Geistern" an: "The unique image of the object which lies inside the fundamental cell and thus coincides with the original object is called 'real'" (Lachièze-Rey 2003, S. 76). "This 'real part' of the universal covering the basic cell is generally chosen to coincide with the fundamental polyhedron centered on the observer" (2003, S. 93). Mit anderen Worten: Realität wird kosmologisch als Nähe zum Beobachter definiert. Da der Beobachter aber seinen Standpunkt ändern kann, ist also jeweils das ihm nächste Objekt real, womit alle anderen von ihm beobachteten oder beobachtbaren Objekten zu Geisterbildern dieses Objekts werden, total also 24, und diese Zahl stimmt genau mit den 4 mal 6 Transpositionen einer Zeichenklasse bzw. Realitätsthematik in allen 4 semiotischen Kontexturen überein (vgl. Toth 2007, S. 82 ff.), wobei die durch Transpositionen "deformierten" Zeichenklassen und Realitätsthematiken offenbar sogar mit den durch die Wirkungen der Dichteverteilungen deformierten kosmologischen Objekten korrespondieren: "Because the Universe is not exactly homogeneous, the null geodesics are not exactly those of the spatially homogeneous spacetime. They are deformed by the density inhomogenities leading to the various consequences of gravitational lensing: deformation, amplification, multiplications of images ... A ghost so amplified or distorted may become hard to recognize" (2003, S. 96).

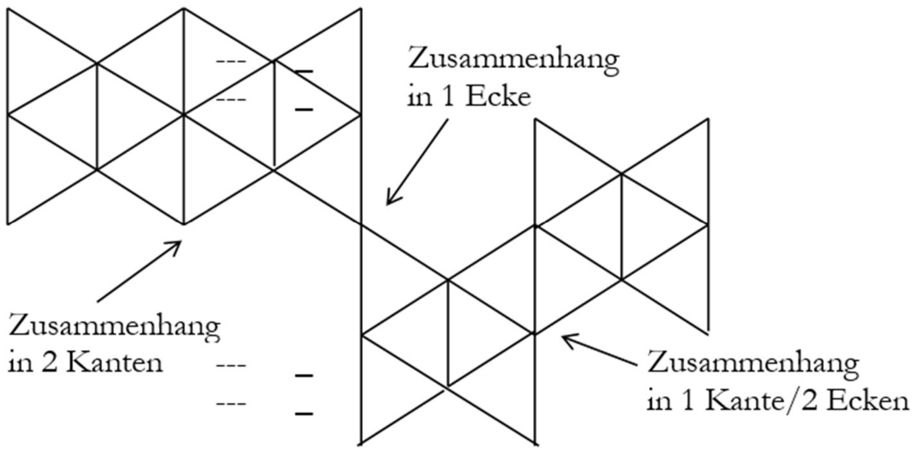
Nun hatten wir oben festgestellt, dass Zeichenklassen und Realitätsthematiken folgendermassen miteinander zusammenhängen können:

statisch: -- durch 0, 1 oder 2 Subzeichen

dynamisch: dyadisch (Links- oder Rechtsposition), triadisch-invers oder triadisch-dualinvers

Wir hatten aber ferner auch auf das Gesetz des determinantensymmetrischen Dualitätssystems hingewiesen, wonach alle 10 Zeichenklassen und Realitätsthematiken nur durch die eigenreale Zeichenklasse (3.1 2.2 1.3) in mindestens 1 Subzeichen miteinander zusammenhängen.

Während also ein statischer Zusammenhang auch bloss über eine Ecke der aufgefalteten Dipyramide möglich ist, setzen sowohl die statisch-dyadischen als auch die dynamisch-dyadischen Zusammenhänge Kanten der Dipyramide voraus. Triadische Zusammenhänge sind daher nur **innerhalb** einer Dipyramide möglich. Entsprechend der 6 möglichen Transpositionen bzw. der dynamischen Links- und Rechtspositionen werden ausserdem die Zeichenklassen und Realitätsthematiken der topologischen Chiralität der Dipyramide gerecht. Ein erstes sehr grobes Modell des Zusammenhangs von Zeichenklassen gibt die folgende Darstellung:



Wo immer also der Beobachter in diesem Verband semiotisch-topologischer Dipyramiden steht, nur das durch die ihm nächstliegende Zeichenklasse bzw. Realitätsthematik repräsentierte Objekt ist ihm "real", und er sieht also von jedem Objekt gemäss der topologischen Struktur und Orientierung des semiotischen Dipyramiden-Verbandes jeweils auch die 24 Geister dieses Objektes, die er wegen der Identifikation von Realität und Nähe folglich als irreale Objekte apperzipieren muss. Da wir alles, was wir wahrnehmen und kommunizieren, in Zeichen wahrnehmen und kommunizieren, befinden wir uns also in einem semiotischen Spiegelkabinett, das merkwürdigerweise mit dem gegenwärtig verbreitetsten Modell des Universums topologisch identisch ist. Es macht also den Anschein, als seien die topologische Struktur des (semiotischen) Gehirns und die topologische Struktur des (physikalischen) Kosmos einander isomorph.

4. Die semiotischen Geister

Semiotische Realität präsentiert sich als strukturelle Realität in den zu den entsprechenden Zeichenklassen dualen Realitätsthematiken. Da jede Realitätsthematik wie ihre zugehörige Zeichenklasse 6 Transpositionen besitzt, von denen 5 vom Standpunkt der semiotischen Realität des Betrachters also in topologischer Übereinstimmung mit den kosmologischen Geistern als semiotische Geister bestimmt werden können, können diese semiotischen Geister nach dem Typus ihrer strukturellen Realitäten, d.h. nach der Art ihrer Thematisationen klassifiziert werden.

Um die allgemeinen Thematisationstypen zu erhalten, gehen wir aus von der Zeichenklasse (3.1 2.1 1.3). Ihre Realitätsthematik (3.1 1.2 1.3) thematisiert die strukturelle Realität eines Mittel-thematisierten Interpretanten (3.1 <u>1.2 1.3</u>). Nun kann nach Günther (1976, S. 336 ff.) das semiotische Mittel mit dem logischen objektiven Subjekt (oS), das semiotische Objekt mit dem logischen Objekt (O) und der semiotische

Interpretant mit dem logischen subjektiven Subjekt (sS) identifiziert werden (vgl. Toth 2008b, S. 64 ff.). Ferner können kybernetisch O und oS mit dem "System" und sS mit der "Umgebung" identifiziert und dadurch der "Beobachter" semiotisch bestimmt werden (vgl. Günther 1979, S. 215 ff.). Wir bekommen somit:

Zeichenklasse: (3.1 2.1 1.3)
Realitätsthematik: (3.1 1.2 1.3)
Strukturelle Realität: (3.1 1.2 1.3)

semiotisch:	Mittel-thematisierter Interpretant
logisch:	oS-thematisertes sS
kybernetisch:	Objekt-Umgebung / Umgebung-Objekt-thematisiertes Subjekt

Nun schauen wir uns das Verhalten dieser strukturellen Realität bei den Transpositionen an. Wir klassifizieren die Thematisate nach Adjazenz und semiosischer Richtung:

3.1 2.1 1.3 × 3.1 _ 1.2 1.3 adjazent generativ links
sS O oS sS _ oS1 oS2
sS → oS2
O → oS1
oS → sS

2.1 3.1 1.3 × 3.1 _ 1.3 1.2 adjazent degenerativ links
O sS oS sS _ oS1 oS2
O → oS2
sS → oS1
oS → sS

1.3 3.1 2.1 × 1.2 _ 1.3 3.1 adjazent generativ rechts
oS sS O oS1 oS2 sS
oS → sS
sS → oS2
O → oS1

1.3 2.1 3.1 × 1.3 _ 1.2 3.1 adjazent degenerativ rechts
oS O sS oS1 oS2 sS
oS → sS
O → oS2
sS → oS1

3.1 1.3 2.1 × $\underline{1.2}$ _ 3.1 $\underline{1.3}$ nicht-adjazent generativ Mitte
sS oS O oS1 sS oS2
sS → oS2
oS → sS
O → oS1

2.1 1.3 3.1 × $\underline{1.3}$ _ 3.1$\underline{1.2}$ nicht-adjazent degenerativ Mitte
O oS sS ---oS1 sS oS2
O → oS2
oS → sS
sS → oS1

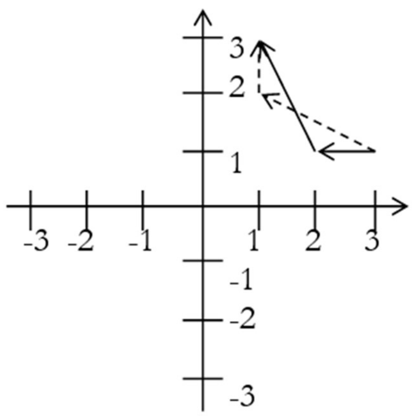
Es gibt also folgende semiotisch-logischen Thematisationstypen, die für sämtliche Realitätsthematiken gelten:

M → I	oS → sS
O → M1, M2	O → oS1, oS2
I → M1, M2	sS → oS1, oS2

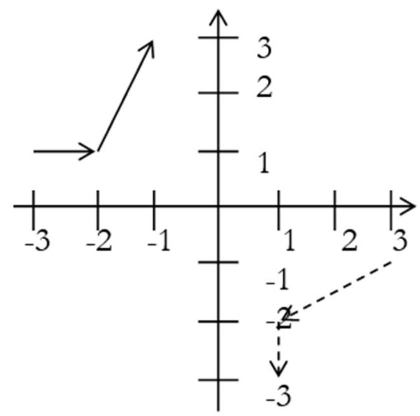
Da das kybernetische System aus dem semiotischen M und O bzw. aus dem logischen oS und O besteht, ist also im obigen Schema nur das semiotische und logische Objekt insofern konstant, als es nicht rechts von den Pfeilen auftreten kann und lediglich mit dem objektiven Subjekt in einer Austauschrelation steht. Anders gesagt: Objekt und subjektives Subjekt werden bei Transpositionen nie ausgetauscht, d.h. die kybernetische Differenz von System und Umgebung wird stets gewahrt. Indessen kann aber das mit dem (objektiven) Objekt in Austauschrelation stehende objektive Subjekt selbst wiederum in Austauschrelation mit dem subjektiven Subjekt stehen. Diese indirekte zyklische Relation zwischen M, O und I bzw. oS, O und sS, auf semiotischer Ebene garantiert durch jeweils **zwei** objektive Subjekte, aber nur **ein** Objekt und **ein** subjektives Subjekt, macht es auf kybernetischer Ebene somit möglich, dass der zur Umgebung gehörende Beobachter innerhalb der semiotischen Dipyramide jede Position der 6 Zeichenklassen bzw. Relatitätsthematiken einnehmen kann, wodurch sich also ebenfalls ein zyklischer Austausch zwischen semiotischen Objekten und semiotischen Geistern ergibt. In anderen Worten: Was ein semiotischer Geist und daher per definitionem "irreal" ist und was ein semiotisches Objekt und daher per definitionem "real" ist, entscheidet lediglich die Position des Beobachters - und diese kann sämtliche möglichen 6 Standorte einnehmen und ist daher maximal variabel.

Semiotisch betrachtet wird jedoch das Verhältnis von Beobachter und System bzw. von semiotischen Objekten und semiotischen Geistern insofern noch kompliziert, als sowohl jede Zeichenklasse als auch jede Realitätsthematik 6 Transpositionen, zusammen also 12, besitzt, die sämtlich in allen 4 semiotischen Kontexturen auftreten können. Total ergeben sich dadurch also 24 semiotische Repräsentationsmöglichkeiten sowohl für jede Zeichenklasse als auch für jede Realitätsthematik. Da “Realität” hier in Übereinstimmung mit der Kosmologie als “Nähe” definiert wurde, ergibt sich für die Bestimmung von “Irrealität” eine ganze Skala von Werten, die durch die semiotischen Parameter in den Grenzen der Transpositionen und der jeweiligen semiotischen Kontexturen eindeutig bestimmt sind. Wir stellen daher im folgenden alle 48 Erscheinungsformen der Zeichenklasse (3.1 2.1 1.3) als semiotische Funktions-Graphen dar, wobei wir jeweils Zeichenklasse und Realitätsthematik im selben Graphen eintragen.

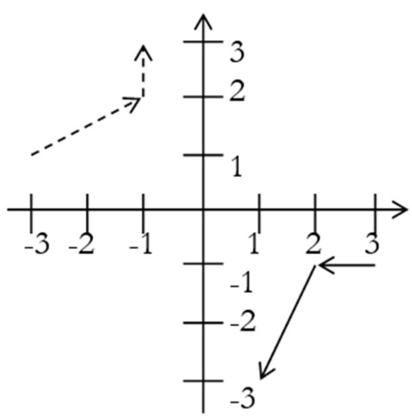
3.1 2.1 1.3 × 3.1 1.2 1.3



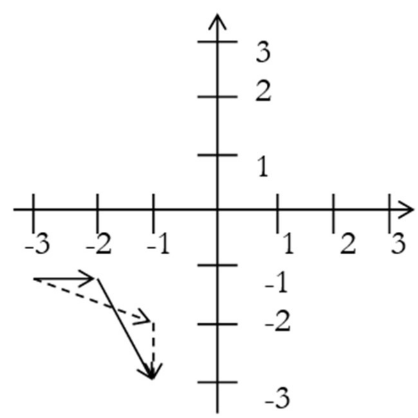
-3.1 -2.1 -1.3 × 3.-1 1.-2 1.-3



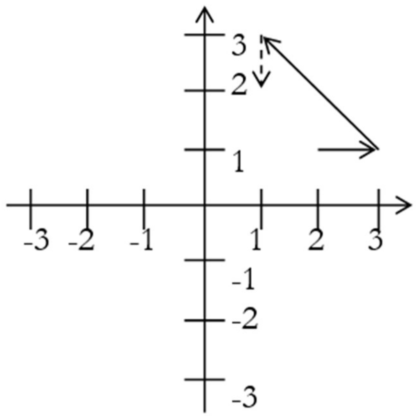
3.-1 2.-1 1.-3 × -3.1 -1.2 -1.3



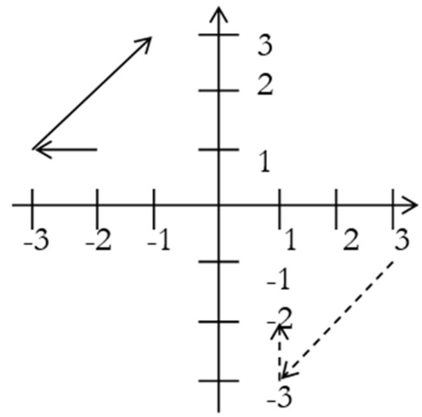
-3.-1 -2.-1 -1.-3 × -3.-1 -1.-2 -1.-3



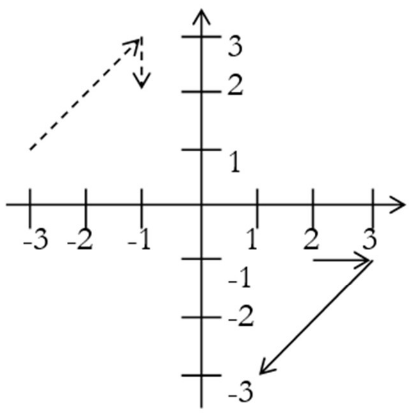
2.1 3.1 1.3 × 3.1 <u>1.3 1.2</u>



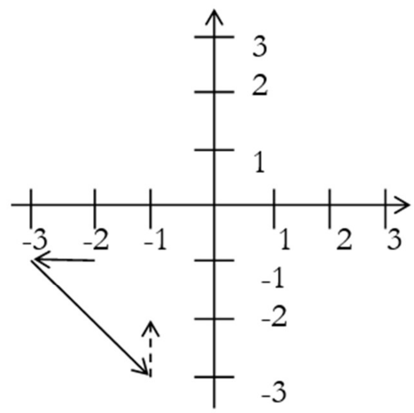
-2.1 -3.1 -1.3 × 3.-1 <u>1.-3 1.-2</u>



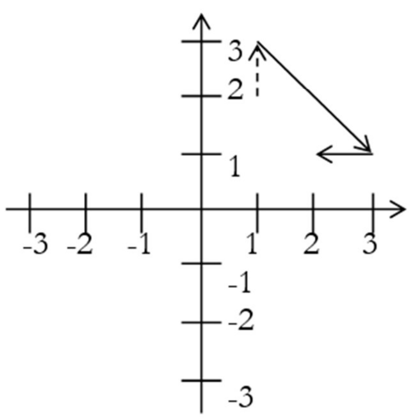
2.-1 3.-1 1.-3 × -3.1 -<u>1.3 -1.2</u>



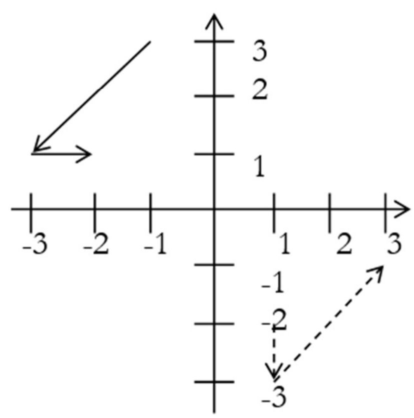
-2.-1 -3.-1 -1.-3 × -3.-1 -<u>1.-3 -1.-2</u>



1.3 3.1 2.1 × <u>1.2 1.3</u> 3.1

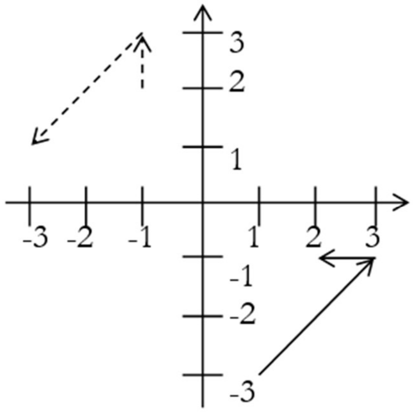


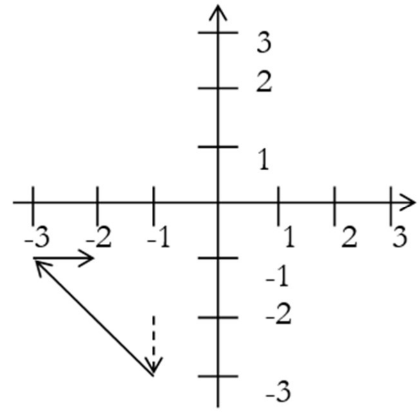
-1.3 -3.1 -2.1 × <u>1.-2 1.-3</u> 3.-1



1.-3 3.-1 2.-1 × -<u>1.2 -1.3</u> -3.1

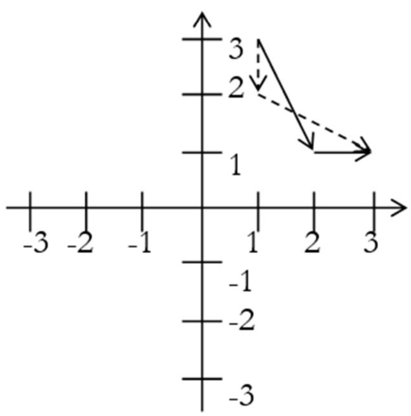
-1.-3 -3.-1 -2.-1 × -<u>1.-2 -1.-3</u> -3.-1

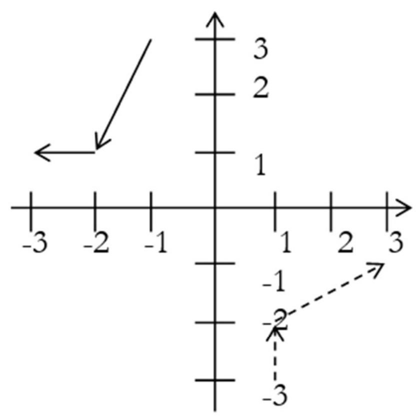




1.3 2.1 3.1 × <u>1.3 1.2</u> 3.1

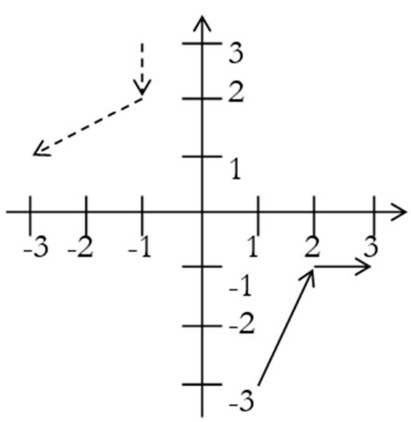
-1.3 -2.1 -3.1 × <u>1.-3 1.-2</u> 3.-1

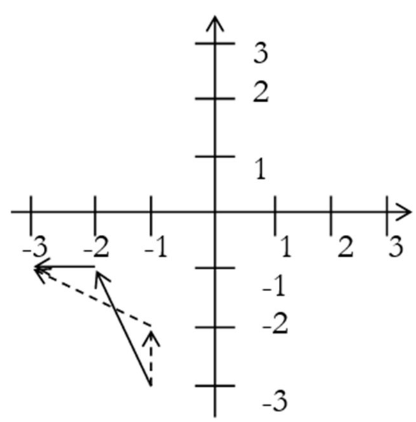




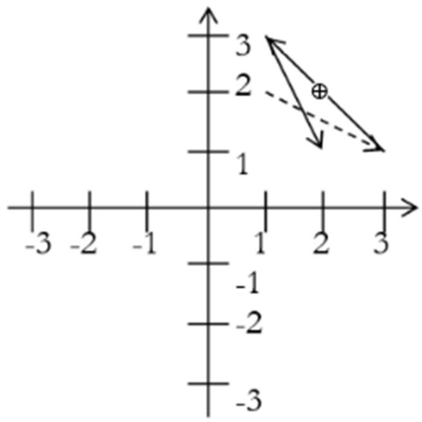
1.-3 2.-1 3.-1 × -<u>1.3 -1.2</u> -3.1

-1.-3 -2.-1 -3.-1 × -<u>1.-3 -1.-2</u> -3.-1

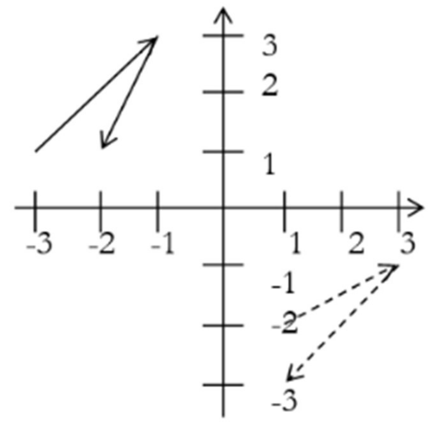




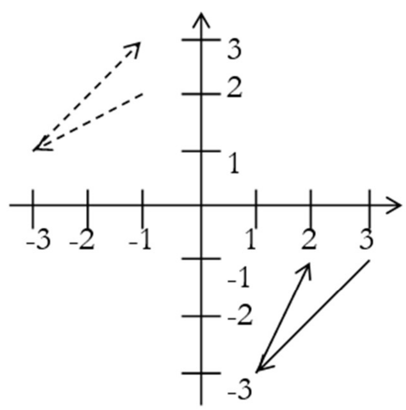
3.1 1.3 2.1 × 1.2 3.1 1.3



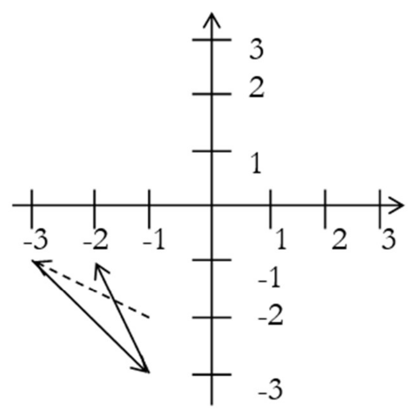
-3.1 -1.3 -2.1 × 1.-2 3.-1 1.-3



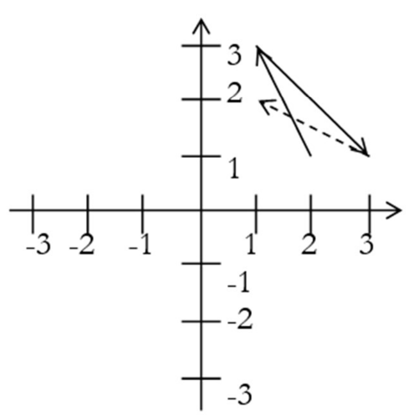
3.-1 1.-3 2.-1 × -1.2 -3.1 -1.3



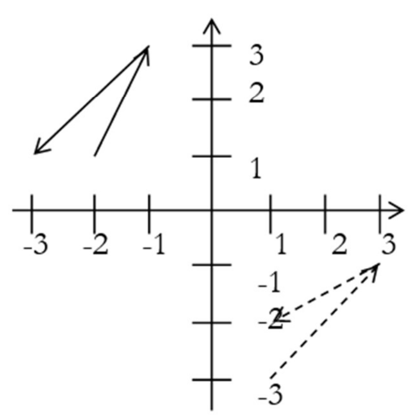
-3.-1 -1.-3 -2.-1 × -1.-2 -3.-1 -1.-3



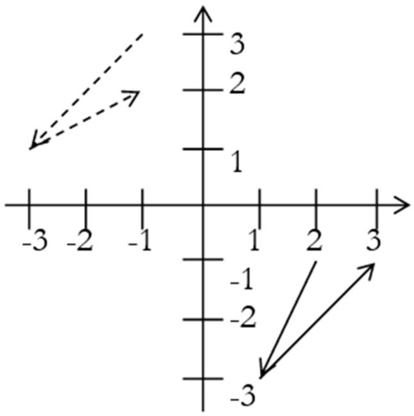
2.1 1.3 3.1 × 1.3 3.1 1.2



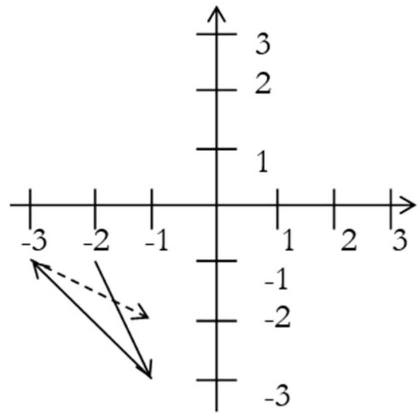
-2.1 -1.3 -3.1 × 1.-3 3.-1 1.-2



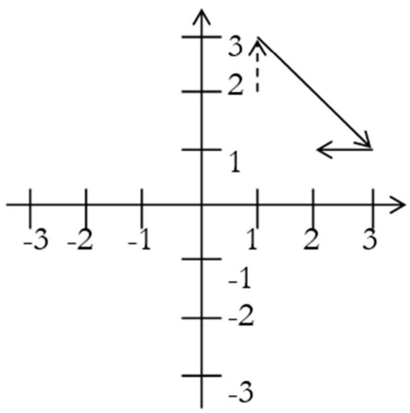
2.-1 1.-3 3.-1 × -<u>1.3</u> -3.1 -<u>1.2</u>



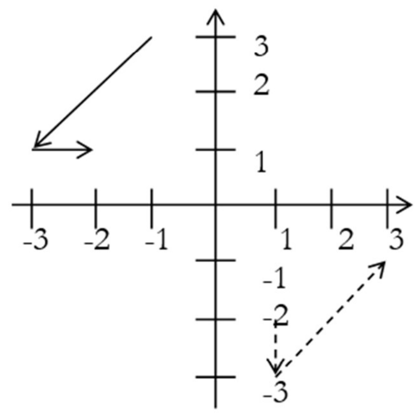
-2.-1 -1.-3 -3.-1 × -<u>1.-3</u> -3.-1 -<u>1.-2</u>



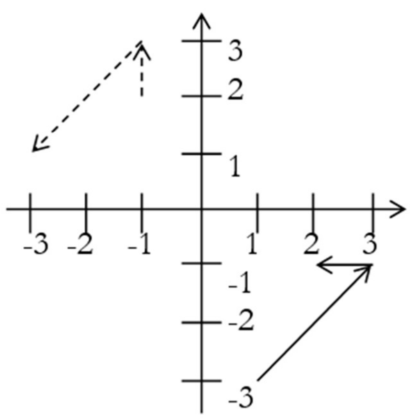
1.3 3.1 2.1 × <u>1.2 1.3</u> 3.1



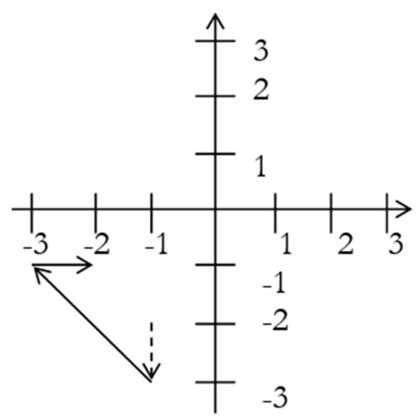
-1.3 -3.1 -2.1 × <u>1.-2 1.-3</u> 3.-1



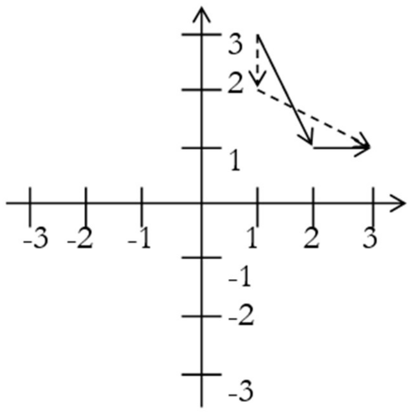
1.-3 3.-1 2.-1 × -<u>1.2 -1.3</u> -3.1



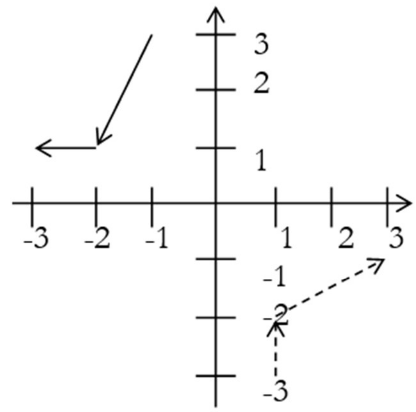
-1.-3 -3.-1 -2.-1 × -<u>1.-2 -1.-3</u> -3.-1



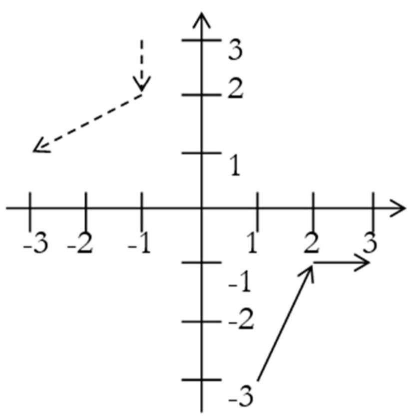
1.3 2.1 3.1 × $\underline{1.3\ 1.2}$ 3.1



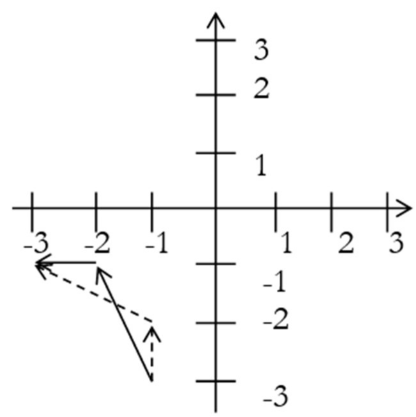
-1.3 -2.1 -3.1 × $\underline{1.\text{-}3\ 1.\text{-}2}$ 3.-1



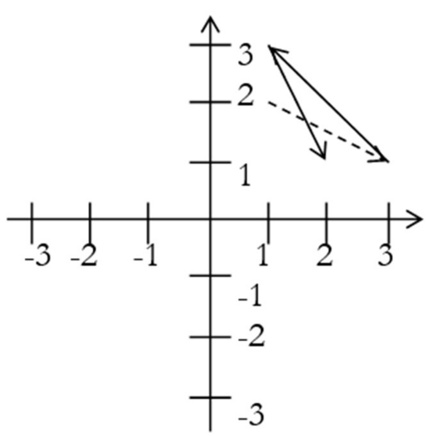
1.-3 2.-1 3.-1 × -$\underline{1.3\ \text{-}1.2}$ -3.1



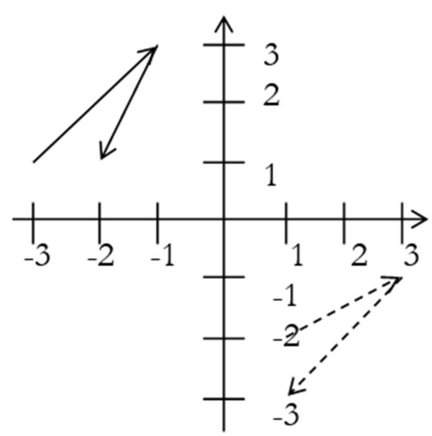
-1.-3 -2.-1 -3.-1 × -$\underline{1.\text{-}3\ \text{-}1.\text{-}2}$ -3.-1



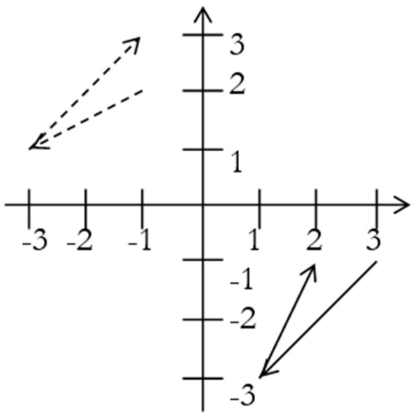
3.1 1.3 2.1 × $\underline{1.2}$ 3.1 $\underline{1.3}$



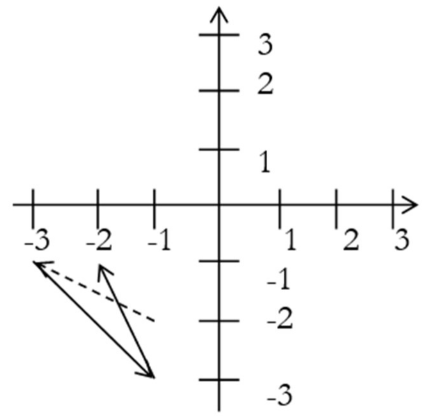
-3.1 -1.3 -2.1 × $\underline{1.\text{-}2}$ 3.-1 $\underline{1.\text{-}3}$



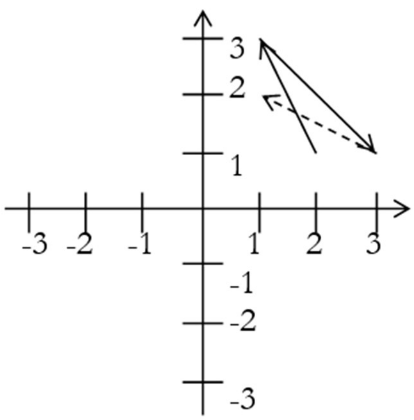
3.-1 1.-3 2.-1 × -1.2 -3.1 -1.3



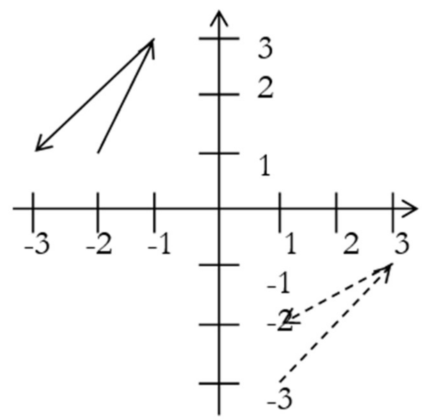
-3.-1 -1.-3 -2.-1 × -1.-2 -3.-1 -1.-3



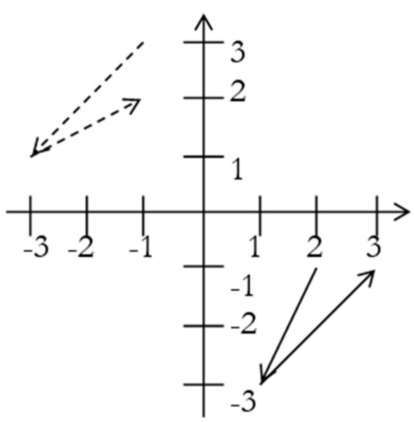
2.1 1.3 3.1 × 1.3 3.1 1.2



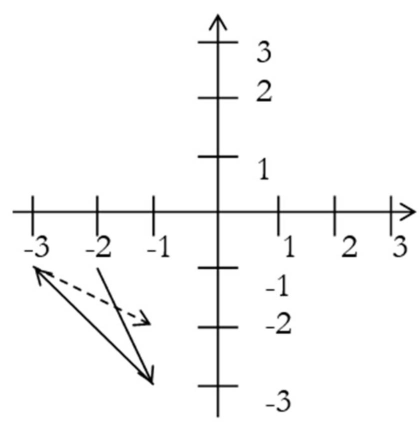
-2.1 -1.3 -3.1 × 1.-3 3.-1 1.-2



2.-1 1.-3 3.-1 × -1.3 -3.1 -1.2



-2.-1 -1.-3 -3.-1 × -1.-3 -3.-1 -1.-2

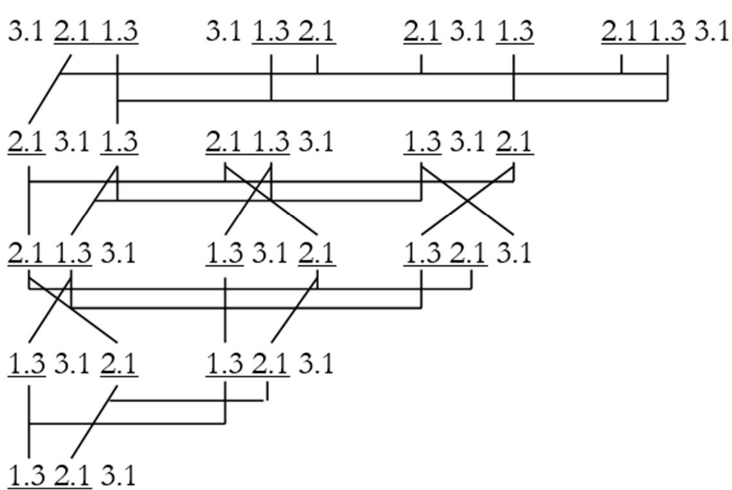


5. Die semiotische Geisterbahn

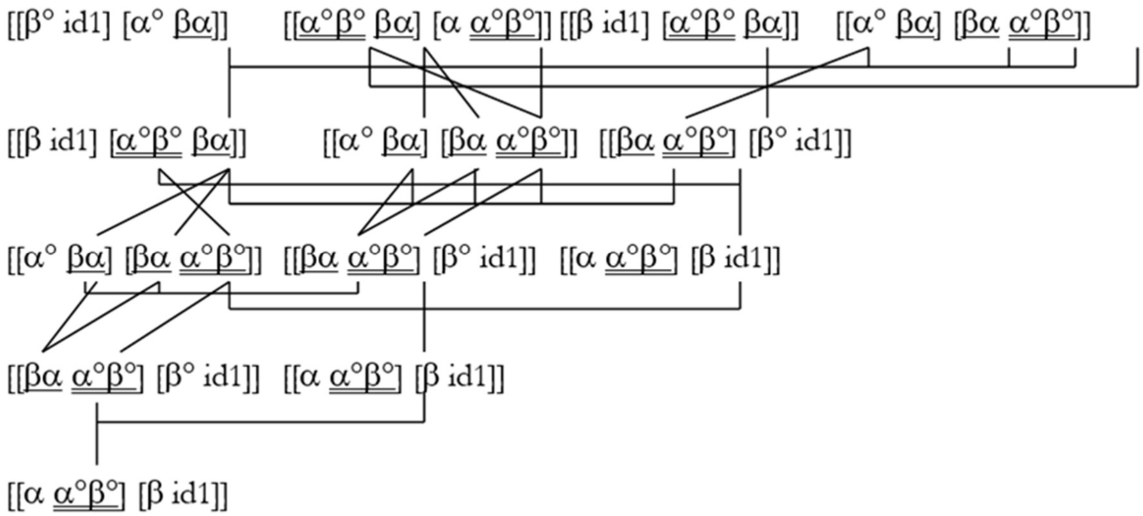
Nach dem Gesetz der Trichotomischen Triaden (vgl. Walther 1982) sind alle Zeichenklassen und Realitätsthematiken durch mindestens ein Subzeichen mit der eigenrealen dual-identischen Zeichenklasse (3.1 2.2 1.3) verbunden. Wie wir in Kap. 1 gesehen haben, gibt es jedoch kein solches Gesetz des minimalen Zusammenhanges bei dynamischen Zusammenhängen, denn unter den Kombinationen von Transpositionen und dualen Transpositionen finden sich zahlreiche Fälle, wo es keine dyadischen Zusammenhänge gibt. An solchen Stellen ist also innerhalb eines semiotischen Netzwerkes die semiotische Information unterbrochen. Um das semiotische System, das wegen seiner Symmetrien zahlreiche Feedbacks besitzt (vgl. Toth 2008a), nicht zusammenbrechen bzw. in einer semiotischen Katastrophe enden zu lassen, muss jeweils auf eine duale oder nicht-duale Transposition ausgewichen werden. Diese Möglichkeit steht allerdings auch dann immer offen, wenn die semiotische Information an keiner Stelle abgebrochen ist. Wir stellen somit im folgenden einige ausgewählte Fahrten durch das semiotische Spiegelkabinett dar, wobei sich der Begriff "Fahrt" durch die eine Bewegung implizierenden Semiosen bei dynamischen Zeichenzusammenhängen legitimiert. Da eine Fahrt durch das semiotische Spiegelkabinett somit zahlreiche Begegnungen mit den oben vorgestellten semiotischen Geistern impliziert, spreche ich bei den folgenden Netzwerken in Anlehnung an eigene frühere Arbeiten von semiotischen Geisterbahnen (vgl. Toth 1998, 2000).

Die folgenden kleinen semiotischen Netzwerke zeigen die dyadisch-dynamischen Zusammenhänge anhand der Zeichenklasse (3.1 2.1 1.3) gesondert zwischen Transpositionen allein, dualen Transpositionen allein und zwischen Transpositionen und dualen Transpositionen gemischt:

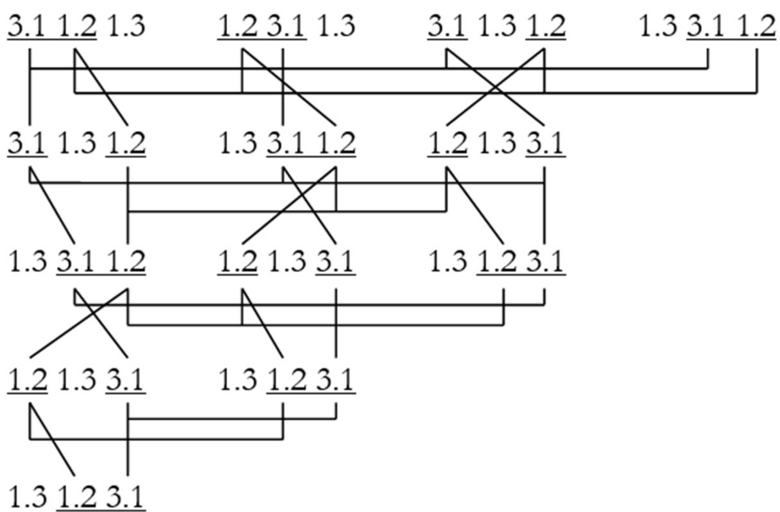
1. Transpositionen vs. Transpositionen:

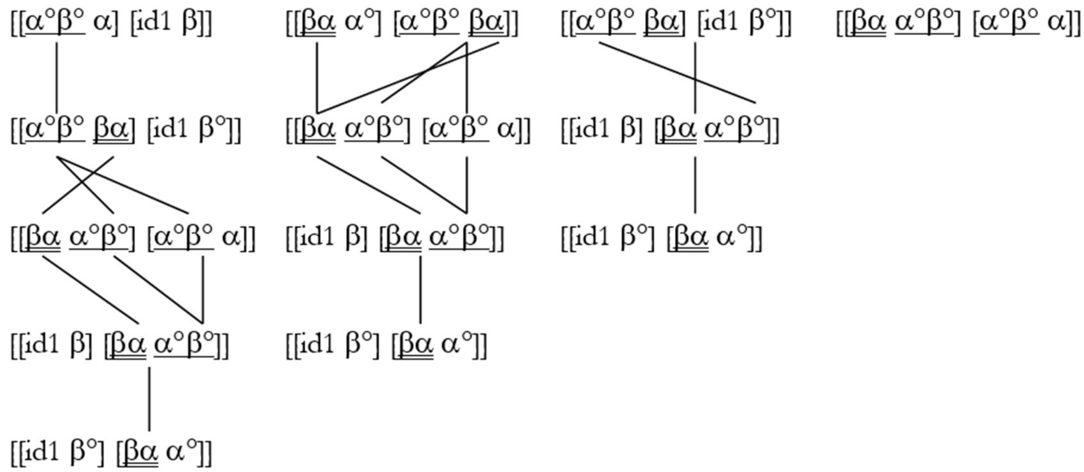


Da die beste Darstellungsweise dynamisch-dyadischer Semiosen durch semiotische Morphismen geschieht, kann man das obige Netzwerk auch wie folgt darstellen:

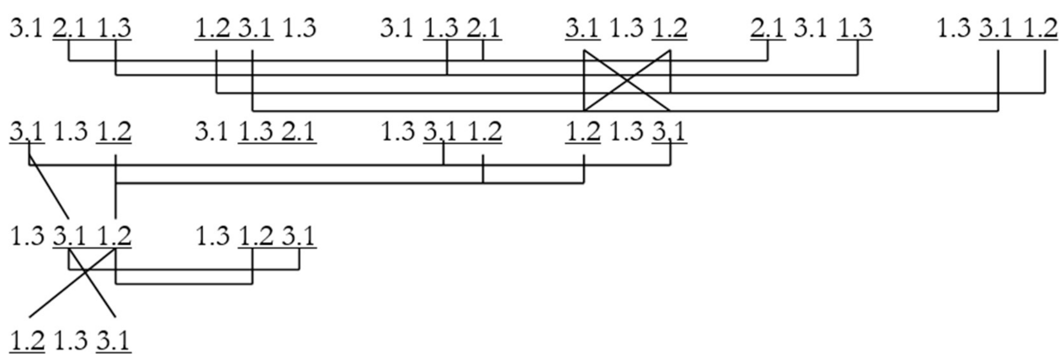


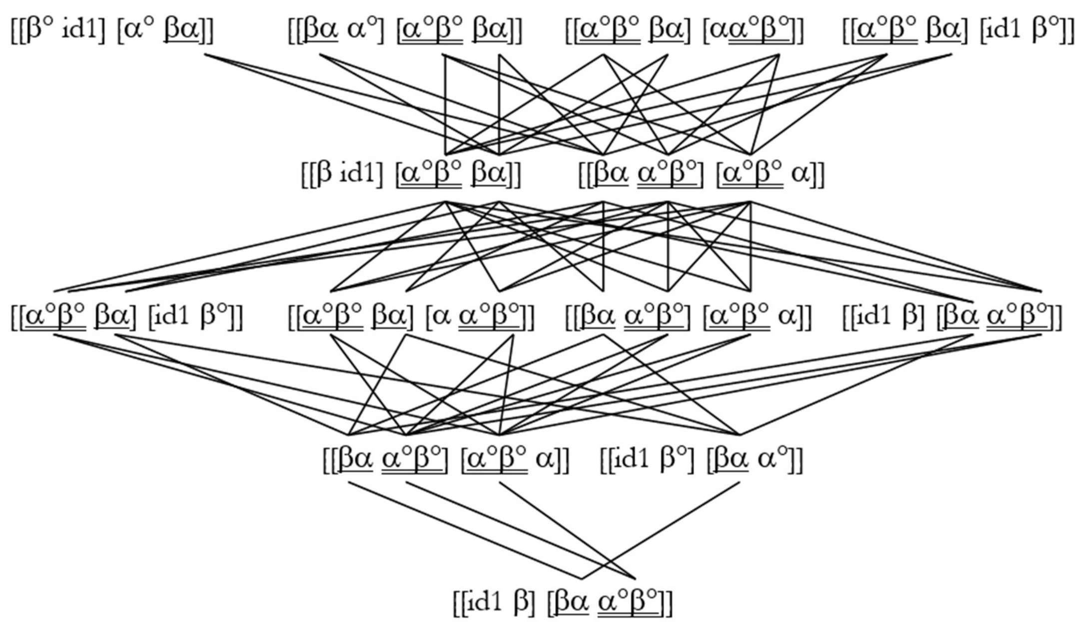
2. Duale Transpostionen vs. duale Transpositionen



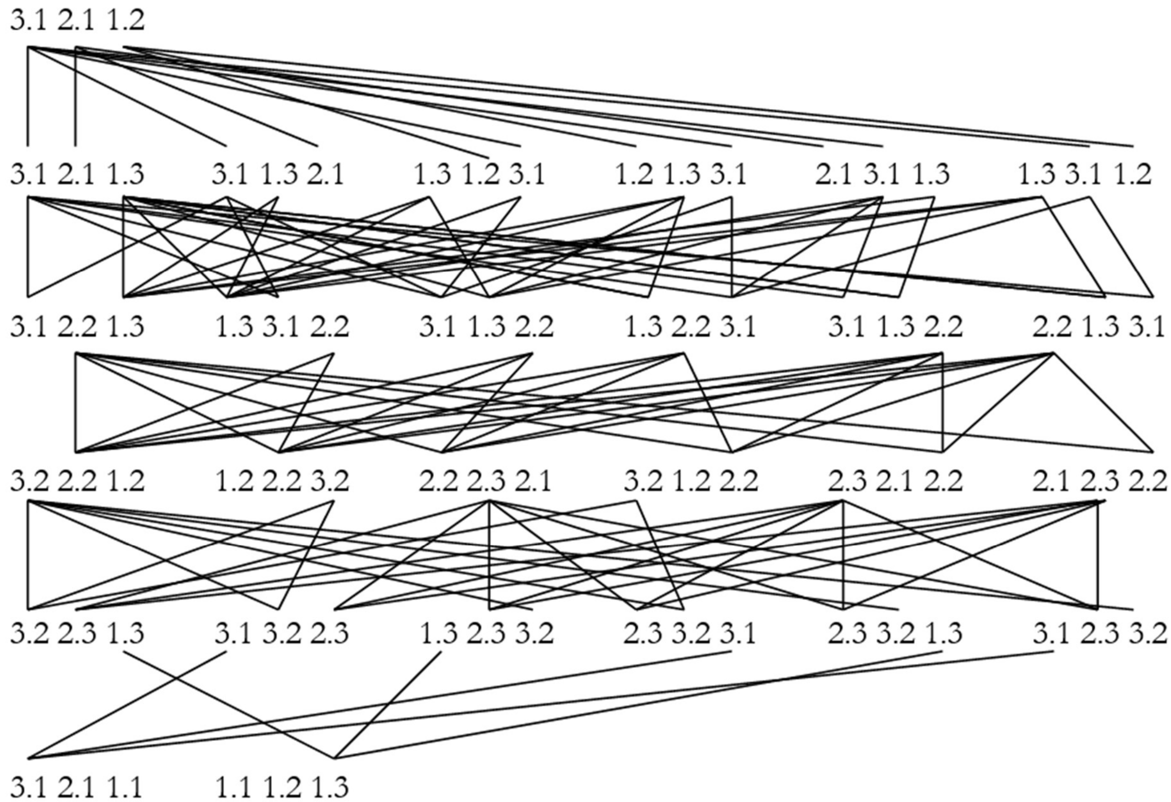


3. Transpositionen vs. duale Transpositionen





Im folgenden Netzwerk, das einige der semiotischen Pfade auf dem Weg von (3.1 2.1 1.2) nach (3.1 2.1 1.1) über (3.1 2.1 1.3), (3.1 2.2 1.3), (3.2 2.2 1.2) und (3.2 2.3 1.3) zeigt, sind die horizontalen Geleise aus Gründen der Übersichtlichkeit weggelassen:



In einer semiotischen Geisterbahn ist es also sehr einfach, auf ein falsches Geleise zu kommen. Allerdings bieten sich meistens Wege zur Rückkehr, nur sind die semiotischen Geister trügerisch. Wie in einem Eisenbahnnetz gibt es parallele Spuren, Weichen, Stumpengeleise, Abzweigungen; selbst Kreisfahrten sind möglich.

Dabei ist es wichtig zu betonen, dass prinzipiell keiner der Pfade durch diese Netzwerke Priorität gegenüber anderen beanspruchen kann, denn was semiotisches Objekt ist und was die semiotischen Geister sind, entscheidet ja der sich stets verändernde momentane Standpunkt des Beobachters, also des Fahrgastes in der Gondel der Geisterbahn.

Bibliographie

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. 3 Bde. Hamburg 1976, 1979, 1980

Lachièze-Rey Marc, Cosmic topology. 2003. http://citeseer.ist.psu.edu/cache/papers/cs/13261/http:zSzzSzotokar.troja.mff.cuni.czzSzvedazSzgr-qczSz96zSz05zSz9605010.pdf/cosmic-topology.pdf

Toth, Alfred, Die Wiener Prater-Geisterbahn zu Basel. Zürich 1998

Toth, Alfred, Geisterbahnsemiotik. In: Semiotische Berichte 24, 2000, S. 381-402

Toth, Alfred, Zwischen den Kontexturen. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Formales Modell einer kybernetischen Semiotik. Dortmund 2008 (= 2008a)

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008 (= 2008b)

Walther, Elisabeth, Nachtrag zu Trichotomischen Triaden. In: Semiosis 27, 1982, S. 15-20

Weeks, Jeffrey, The Poincaré dodecahedral space and the mystery of the missing fluctuations. In: Notes of the American Mathematical Society 51/6, 2004, S. 610-619

Die semiotische Gebrochenheit des Ichs

> "Ich denke mir mein Ich durch ein Vervielfältigungsglas – und alle Gestalten, die sich um mich herum bewegen, sind Ichs."
>
> E.T.A.Hoffmann, Tagebücher. Nach der Ausgabe Hans v. Müllers mit Erläuterungen hrsg. von Friedrich Schnapp. München 1971, S. 107 (Tagebucheintrag vom 6.11.1809).

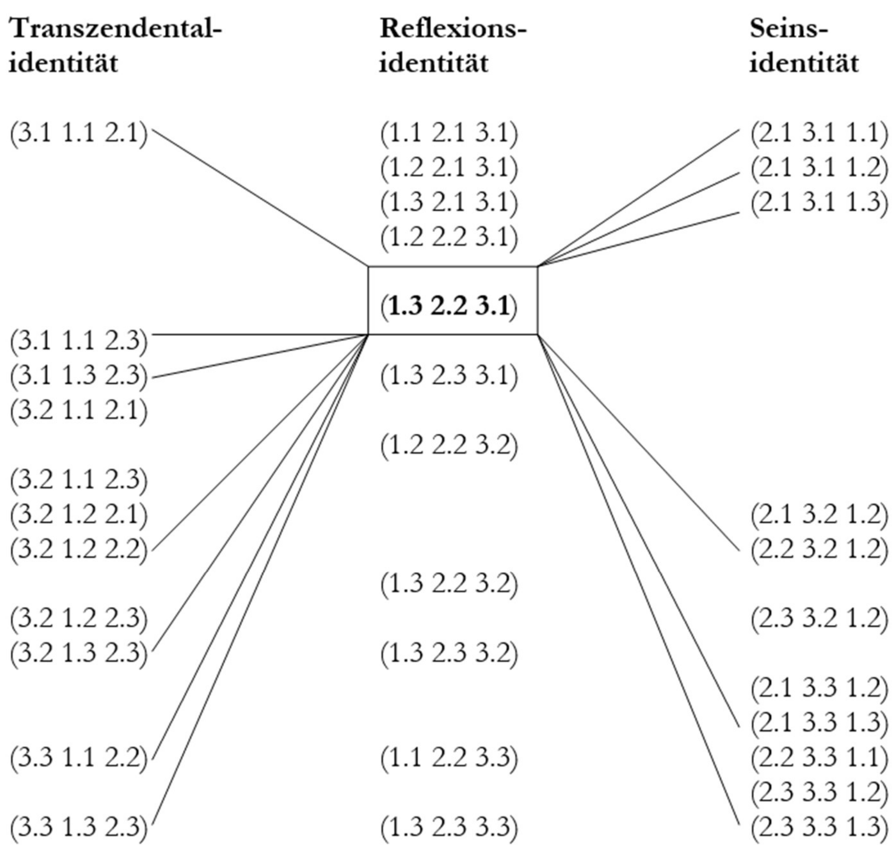
1. In Günthers "Bewusstsein der Maschinen" findet sich der folgende bemerkenswerte Text: "Das einzige Kriterium, an dem man ein Ich von einem Ding unterscheiden kann, ist dies, dass das erstere keine einfache und unmittelbare Identität, sondern statt dessen Reflexionsidentität besitzt. Kein Ich ist je ganz das, was es ist. Es ist nie völlig identisch mit sich selbst, weil es in sich reflektiert und damit in seiner Identität gebrochen ist. Alles Bewusst-Sein spiegelt sich, wie schon der Name sagt, im Sein und kann sich nur in diesem nicht-ichhaften Medium fassen. Es widerspricht deshalb dauernd sich selbst; denn es weiss sich wohl als Subjektivität, die allem blossen Sein und aller Dinglichkeit metaphysisch entgegengesetzt ist, und kann sich trotzdem nicht anders als in jenen Kategorien der Objektivität, also als Variante des Seins begreifen. Diese unaufhebbare Spaltung und reflexive Spannung finden ihren Ausdruck darin, dass das Ich im Gegensatz zum Ding eine ontologisch-zweiwertige – und zweideutige! – Existenz hat" (1963, S. 50).

2. In Toth (2008b) war gezeigt worden, dass man mit drei gruppentheoretischen Operationen (σ_1, σ_2, σ_3), ausgehend von den 10 Zeichenklassen, drei Gruppen von regulären und irregulären Zeichenklassen konstruieren kann, die der Bedingung genügen, dass jeweils einer der drei semiotischen Werte konstant ist. Ferner wurde gezeigt, dass diese konstanten semiotischen Werte nichts anderes als Thematisationen der drei logischen Identitäten (Seinsidentität, Reflexionsidentität und Transzendentalidentität) sind:

3 = const.	**2 = const**	**1 = const**
(3.2 1.2 2.2)	(1.3 2.3 3.3)	(2.1 3.1 1.1)
(3.2 1.2 2.1)	(1.3 2.3 3.2)	(2.1 3.1 1.3)
(3.2 1.2 2.3)	(1.3 2.3 3.1)	(2.1 3.1 1.2)
(3.2 1.1 2.1)	(1.3 2.2 3.2)	(2.1 3.3 1.3)
(3.2 1.1 2.3)	(1.3 2.2 3.1)	(2.1 3.3 1.2)
(3.2 1.3 2.3)	(1.3 2.1 3.1)	(2.1 3.2 1.2)
(3.1 1.1 2.1)	(1.2 2.2 3.2)	(2.3 3.3 1.3)
(3.1 1.1 2.3)	(1.2 2.2 3.1)	(2.3 3.3 1.2)
(3.1 1.3 2.3)	(1.2 2.1 3.1)	(2.3 3.2 1.2)
(3.3 1.3 2.3)	(1.1 2.1 3.1)	(2.2 3.2 1.2)
(3.3 1.1 2.2)	(1.1 2.2 3.3)	(2.2 3.3 1.1)

Obwohl die drei Mengen von Zeichenklassen paarweise verschieden sind, sind die semiotischen Verbindungen zwischen ihren Zeichenklassen identisch. Ferner erkennt man leicht, dass nur die mittlere Menge von Zeichenklassen die eigenreale Zeichenklasse enthält, welche die genuine Zeichenklasse der Reflexionsidentität qua Eigenrealität darstellt. Dies stimmt mit der Feststellung Günthers zusammen, dass Reflexionsidentität die mittlere Position zwischen Seins- und Transzendentalidentität einnimmt.

Im folgenden stellen wir die Gebrochenheit des Ichs semiotisch dar. Dabei erkennen wir jedoch, dass es sich als Bewusst-Sein im Sinne Günthers nicht nur auf die Seinsidentität abstützt, sondern dass es auch im Spiegel seiner Transzendentalidentität stark gebrochen ist. Semiotisch gesprochen ist das Ich also sowohl nur Seite seiner mitteltheoretischen als auch zur Seite seiner interpretantentheoretischen Identität gebrochen. Ferner erkennt man aus dem folgenden Schema, dass im Rahmen der semiotischen Identitätstheorie der Satz von Walther (1982, S. 15), wonach die eigenreale Zeichenklasse durch mindestens ein Subzeichen mit jeder anderen Zeichenklasse zusammenhänge, aufgehoben ist. Wie man ferner sieht, hat die semiotische Reflexionsidentität sogar eine Zeichenverbindung mehr gemeinsam mit der Transzendentalidentität als mit der Seinsidentität:



Dass sich von diesem neuen Modell aus zahlreiche Anwendungen mit Themen ergeben, die ich vor allem in meinem Buch "In Transit" (Toth 2008a) thematisiert hatte, sei an dieser Stelle nur erwähnt.

Bibliographie

Günther, Gotthard, Das Bewusstsein der Maschinen. Krefeld 1963

Toth, Alfred, In Transit. A mathematical-semiotic theory of Decrease of Mind based on polycontextural Diamond Theory. Klagenfurt 2008 (= 2008a)

Toth, Alfred, Symplerose und Transjunktion. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2008b

Walther, Elisabeth, Nachtrag zu Trichotomischen Triaden. In: Semiosis 27, 1982, S. 15-20

Peircezahlen und Protozahlen

1. Bildet man Peanozahlen auf Protozahlen ab, so wird zuerst

$1 \rightarrow (1{:}1)$

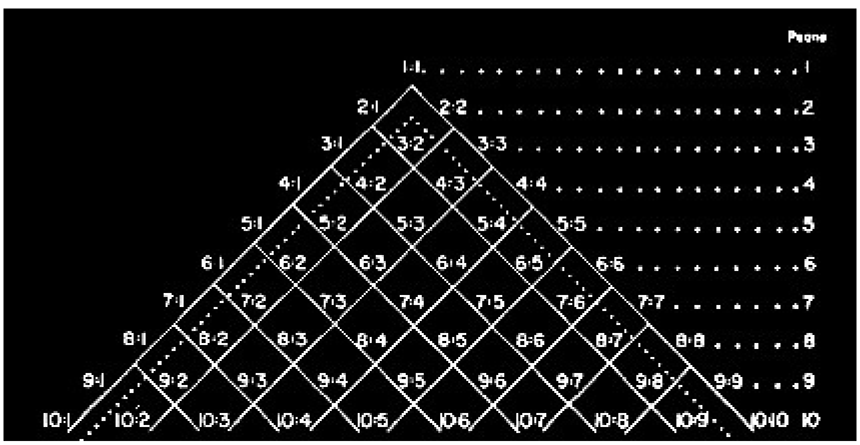
abgebildet. Für den Nachfolger von n = 1 gilt:

$n \rightarrow \{((n+1){:}1), n{:}(1+1)\}$,

d.h. die der Peanozahl 1 entsprechende Protozahl (1:1) hat also 2 Nachfolger. Für Nachfolger von n > 1 gilt allgemein:

$S(n{:}n) = \{((n+1){:}n), ((n+2){:}n), ..., (n{:}(n+1)), (n{:}(n+2)), ..., ((n+m){:}(n+m))\}$,

d.h. die der Peanozahl 2 entsprechenden Protozahlen (2:1) und (2:2) haben 3 Nachfolger, die der Peanozahl 3 entsprechenden Protozahlen (3:1), (3:2) und (3:3) haben 4 Nachfolger, usw.



2. Bildet man Peanozahlen auf Peircezahlen ab (vgl. Toth 2008, S. 85 ff., 110 ff.), so wird zuerst

$1 \rightarrow (1.1)$

abgebildet. Allerdings bedeutet die Protozahl (1:1), dass die Kenogrammfolge 1 und der Akkretionsgrad 1 ist (vgl. Günther 1979, S. 256 f.), während die Peircezahl (1.1) bedeutet, dass der Peanozahlwert über einen Haupt- und einen Stellenwert distribuiert wird. Für die Nachfolger der Peanozahlen 1, 2, 3, 4 gilt:

$S(1) = \{((1+1).1), (1.(1+1))\}$

$S(2) = \{((1+2).1), (1.(1+2)), ((1+1).(1+1))\}$

S(3) = {((1+1).(1+1+1)). ((1+1+1).(1+1))}

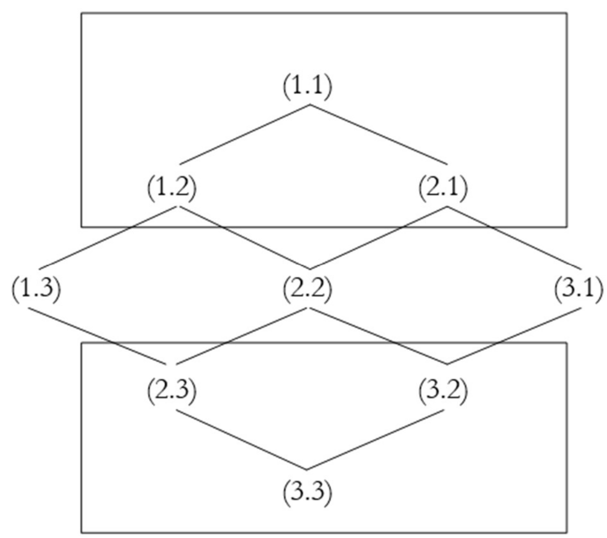
S(4) = {((1+1+1).(1+1+1))}

D.h. die der Peanozahl 1 entsprechende Peircezahl (1.1) hat also 2 Nachfolger (1.2) und (2.1), die der Peanozahl 2 entsprechenden Peircezahlen (1.2) und (2.1) haben 3 Nachfolger (1.3), (2.2) und (3.1), die der Peanozahl 3 entsprechenden Peircezahlen (1.3), (2.2) und (3.1) haben 2 Nachfolger (2.3) und (3.2), und die der Peanozahl 4 entsprechenden Peircezahlen (2.3) und (3.2) haben einen Nachfolger (3.3).

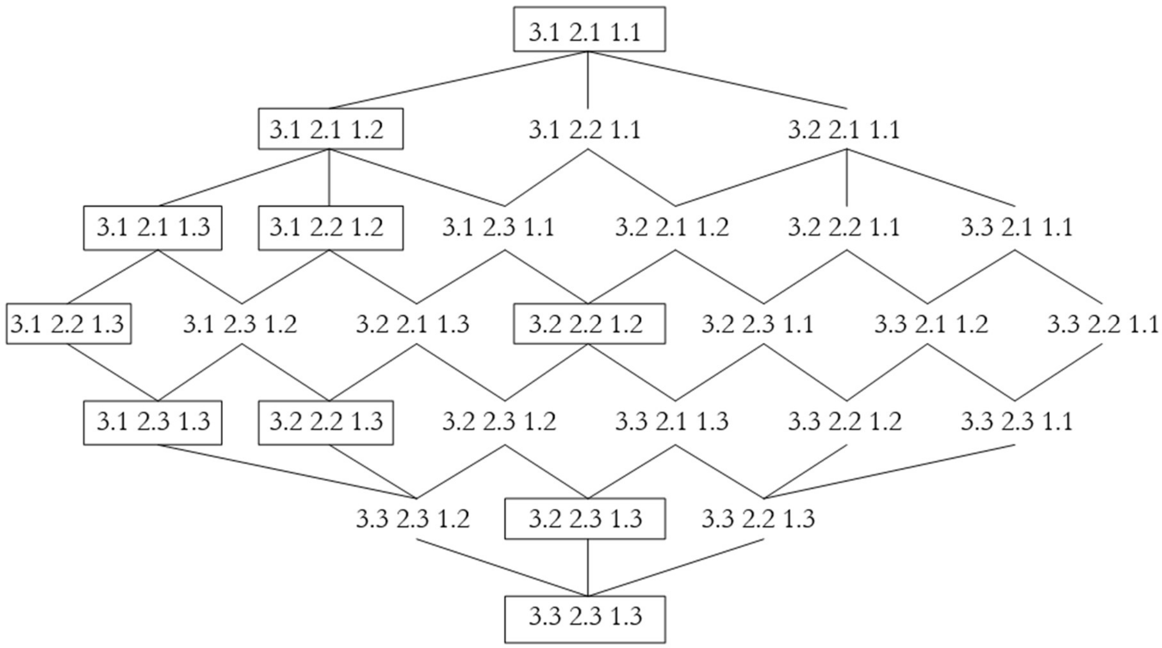
Die Unterschiede zwischen Protozahlen und Peircezahlen sind also:

1. Peircezahlen-Paare der Gestalt (a.b) und (b.a) entsprechen 1 Protozahl, weil ihnen 1 Kenogramm zugrunde liegt. D.h. die semiotische Unterscheidung zwischen (1.2) und (2.1), (1.3) und (3.1) sowie (2.3) und (3.2) ist auf kenogrammatischer Ebene eliminiert.

2. Nach der der Peanozahl 3 entsprechenden Zahlenebene tritt Regression ein, d.h. die im folgenden Verband eingerahmten Peircezahlen sind Spiegelungen voneinander, wobei die eigenreale Zeichenklasse (3.1 2.2 1.3) als Spiegelachse fungiert:



3. Als weiterer wichtiger Unterschied zwischen Peircezahlen und Protozahlen ergibt sich, dass die Zeichenklassen die zahlentheoretischen Nachfolgeverhältnisse der Peircezahlen nicht teilen. Um dies klar zu machen, gehen wir nicht von den 10 nach dem semiotischen Inklusionsprinzip (3.a 2.b 1.c) mit ($a \leq b \leq c$) gebauten, sondern von dem vollen System der $3^3 = 27$ Zeichenklassen aus und ordnen sie so, dass auf jeder Zahlenebene Zeichenklassen mit gleichem Repräsentationswert stehen. Dies sind die 7 Zahlenebenen 9-10-11-12-13-14-15:



In dieser Hierarchie von Zeichenklassen-Zahlenebenen sind die "regulären", d.h. nach dem Inklusionsprinzip konstruierten Zeichenklassen eingerahmt. Wie man erkennt, weist diese Zeichenklassen-Zahlenhierarchie eine interessante symmetrische Wechselstruktur von Nachfolgeranzahlen aus. So hat die dem Rpw = 9 entsprechende 1. Zeichenklassen-Zahl 3 Nachfolger, die dem Rpw = 10 entsprechenden 3 Zeichenklassen-Zahlen haben die Nachfolger-Anzahlen 3 : 2 : 3, dann folgt die nächste Zahlenebene, wo jede Zeichenklasse genau 2 Nachfolger hat. Wie bei den Peirce-Zahlen, tritt auch hier Regression ein, nämlich auf der 4, dem Rpw = 12 entsprechenden Zahlenebene (wo sich u.a. die eigenreale Zeichenklasse befindet), so dass die Struktur der oberen Hälfte der Zahlenhierarchie im unteren Teil gespiegelt erscheint.

Trotz dieser Abweichungen zwischen Protozahlen und Peircezahlen muss allerdings festgestellt werden, dass die Peircezahlen und die Zeichenklassen-Zahlen genauso verschieden sind von den Peanozahlen wie die Protozahlen. Eine semiotische Zahlentheorie ist daher trotz gewisser Vorarbeiten (Toth 2008, S. 151 ff., S. 155 ff., S. 295 ff.) ein dringendes Desiderat.

Bibliographie

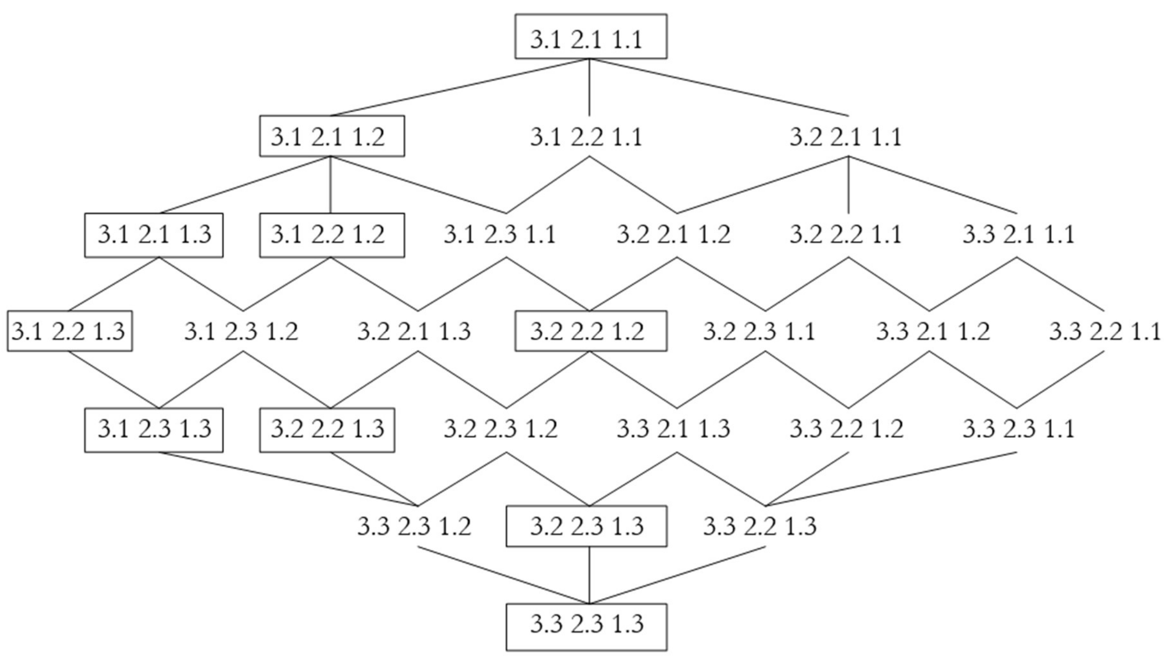
Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. Bd. 2. Hamburg 1979

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008

Das diskriminantensymmetrische Dualitätssystem

1. In Elisabeth Walthers "Allgemeiner Zeichenlehre" liest man: "Unter einer Zeichenklasse verstehen wir mit Peirce die Zusammenfassung von drei Subzeichen aus je einem Zeichenbezug. Aufgrund der Forderung nach Geordnetheit sowohl der Triade als auch der Trichotomien lassen sich nicht $3^3 = 27$ Zeichenklassen – wir werden sie mit Bense "Bedeutungsklassen" nennen – bilden, sondern nur zehn geordnete Klassen" (1979, S. 80). Was Walther hier mit "Geordnetheit" meint und was später auch oft fälschlich als "Wohlgeordnetheit" bezeichnet wurde, wurde erst von Bogarin präzisiert: "Die Forderung der Geordnetheit der Triade und der Trichotomien besagt einfach, dass das Subzeichen des Interpretantenbezugs eine niedrigere als oder gleiche wie die trichotomische Stufe des Subzeichens des Objektbezugs und des Mittelbezugs haben soll. Entsprechendes gilt für den Objektbezug im Verhältnis zum Mittelbezug" (1989, S. 9).

2. Wenn wir uns nun den 27 Bedeutungsklassen zuwenden, können wir sie hierarchisch so ordnen, dass pro Stufe nur solche Bedeutungsklassen zu stehen kommen, die denselben Repräsentationswert, d.h. die gleiche Summe der sie konstituierenden numerischen Primzeichen haben:



Im obigen Diagramm haben wir die Zeichenklassen in Quadrate gesetzt. Wie man erkennt, nehmen sie vor allem den linken Teil des Diagramms in Anspruch. Symmetrisch zur vertikalen Mittelachse, die von den Zeichenklassen (3.1 2.1 1.1), (3.2 2.2 1.2), (3.2 2.3 1.3) und (3.3 2.3 1.3) sowie von der Bedeutungsklasse (3.1 2.2 1.1) gebildet wird, haben wir ferner im rechten Teil die den Zeichenklassen links entsprechenden Bedeutungsklassen eingetragen. Damit ergibt sich nun im mittleren Teil eine weitere Menge von Bedeutungsklassen. Weil sich auf diese Weise einige Zeichenklassen sowie die mittleren und rechten Bedeutungsklassen überlappen, erhalten wir eine zur vertikalen Mittelachse symmetrische Gruppierung der 27 Bedeutungsklassen in zweimal 10 sowie 15 Bedeutungsklassen:

1. Die 10 Zeichenklassen

(3.1 2.1 1.1)

(3.1 2.1 1.2)

(3.1 2.1 1.3)

(3.1 2.2 1.2)

(3.1 2.2 1.3)

(3.1 2.3 1.3)

(3.2 2.2 1.2)

(3.2 2.2 1.3)

(3.2 2.3 1.3)

(3.3 2.3 1.3)

2. Die 15 mittleren Bedeutungsklassen

(3.1 2.1 1.1)

(3.1 2.2 1.1)

(3.1 2.3 1.1)

(3.1 2.3 1.2)

(3.2 2.1 1.2)

(3.2 2.1 1.3)

(3.2 2.2 1.2)

(3.2 2.3 1.1)

(3.2 2.3 1.2)

(3.2 2.3 1.3)

(3.3 2.1 1.2)

(3.3 2.1 1.3)

(3.3 2.3 1.2)

(3.3 2.2 1.3)

(3.3 2.3 1.3)

3. Die 10 rechten Bedeutungsklassen

(3.1 2.1 1.1)

(3.2 2.1 1.1)

(3.2 2.2 1.1)

(3.3 2.1 1.1)

(3.2 2.2 1.2)

(3.3 2.2 1.1)

(3.3 2.2 1.2)

(3.3 2.3 1.1)

(3.2 2.3 1.3)

(3.3 2.3 1.3)

Wenn wir nun die Bedeutungsklassen-Hierarchie ansehen, stellen wir erstens fest, dass der obere Teil des Diagramms an der horizontalen Mittelachse im unteren Teil gespiegelt erscheint (vgl. Toth 2009), und zweitens, dass die auf der Mittelachse liegenden Zeichenklassen

(3.1 2.2 1.3)

(3.2 2.2 1.2)

(3.3 2.2 1.1)

die drei Gruppen von Bedeutungsklassen repräsentieren. Wie schon Max Bense erkannte, haben die eigenreale, die objektale und die kategorienreale Zeichenklasse ja nicht nur den gleichen Repräsentationswert, sondern eine Reihe weiterer interessanter Gemeinsamkeiten (vgl. Bense 1992, passim). Die im Zentrum des Diagramms liegende objektale Zeichenklasse (3.2 2.2 1.2) ist ferner die einzige Bedeutungsklasse, die allen drei Bedeutungsklassen angehört.

3. Eine "sauberere" Lösung ergibt sich aber, wenn wir von den Überlappungen absehen und die 27 Bedeutungsklassen in 3 diskrete Teilmengen partitionieren.

Dann erhalten wir

1. Die folgenden 6 Zeichenklasssen

(3.1 2.1 1.2)

(3.1 2.1 1.3)

(3.1 2.2 1.2)

(3.1 2.2 1.3)

(3.1 2.3 1.3)

(3.2 2.2 1.3)

2. Die folgenden 6 Bedeutungsklassen

(3.2 2.1 1.1)

(3.2 2.2 1.1)

(3.3 2.1 1.1)

(3.3 2.2 1.1)

(3.3 2.3 1.1)

(3.3 2.2 1.2)

3. Die folgenden 15 "mediativen" Bedeutungsklassen

(3.1 2.1 1.1)

(3.1 2.2 1.1)

(3.1 2.3 1.1)

(3.1 2.3 1.2)

(3.2 2.1 1.2)

(3.2 2.1 1.3)

(3.2 2.2 1.2)

(3.2 2.3 1.1)

(3.2 2.3 1.2)

(3.2 2.3 1.3)

(3.3 2.1 1.2)

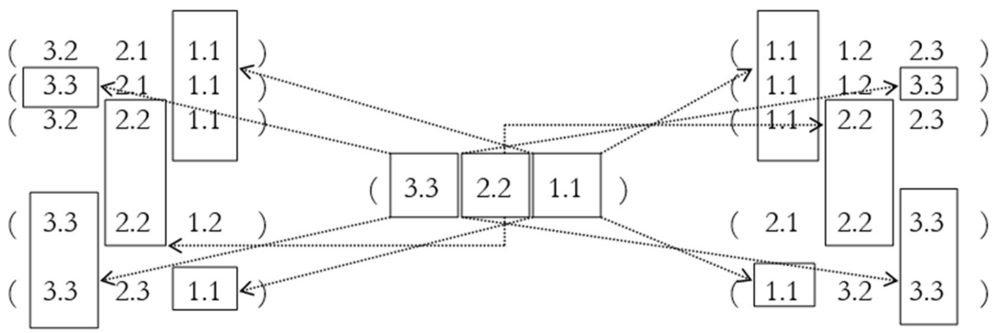
(3.3 2.1 1.3)

(3.3 2.3 1.2)

(3.3 2.2 1.3)

(3.3 2.3 1.3)

In diesem Fall kann man nämlich zu dem durch die dualinvariante eigenreale Zeichenklasse (3.1 2.2 1.3) × (3.1 2.2 1.3) gebildeten determinantensymmetrisches Dualitätssystem (Walther 1982) ein durch die inversionsinvariante (spiegelungs-invariante) kategorienreale Bedeutungsklasse (3.3 2.2 1.1) × (1.1 2.2 3.3) gebildetes **diskriminantensymmetrisches Dualitätssystem** bilden:



Der wesentliche Unterschied zum determinantensymmetrischen Dualitätssystem besteht allerdings darin, dass dieses alle 10 Zeichenklassen umfasst, das diskriminanten-symmetrische Dualitätssystem jedoch nur die 6 durch die Partionierung des obigen Diagramms zusammengefassten.

Immerhin wird aber wird durch die Entdeckung des diskriminantensymmetrischen Dualitätssystems die Position der genuinen Kategorienklasse, also der Bedeutungsklasse (3.3 2.2 1.1), erhellt, über die in der Vergangenheit viel spekuliert worden war (vgl. z.B. Bense 1992, S. 20 ff., S. 27 ff.). Diese Bedeutungsklasse steht damit als Diskriminante der semiotischen Matrix nicht mehr isoliert und ausserhalb des Systems der Zeichenklassen da, wenn diese als Teilmenge der Bedeutungsklassen betrachtet werden, deren Teilmenge auch die rechten Bedeutungsklassen bilden, die durch die kategorienreale Klasse diskriminiert werden.

Bibliographie

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Bogarin, Jorge, Semiotik der Automaten, Algorithmen und Formalen Sprachen. Diss. Stuttgart 1989

Toth, Alfred, Peircezahlen und Protozahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Walther, Elisabeth, Nachtrag zu Trichotomischen Triaden. In: Semiosis 27, 1982, S. 15-20

Zu einer Realitätentheorie der semiotischen Bedeutungsklassen

1. Unter Bedeutungsklassen werden hier mit Walther (1979, S. 80) die theoretisch möglichen $3^3 = 27$ semiotischen Klassen verstanden, von denen die 10 nach dem Bildungsprinzip

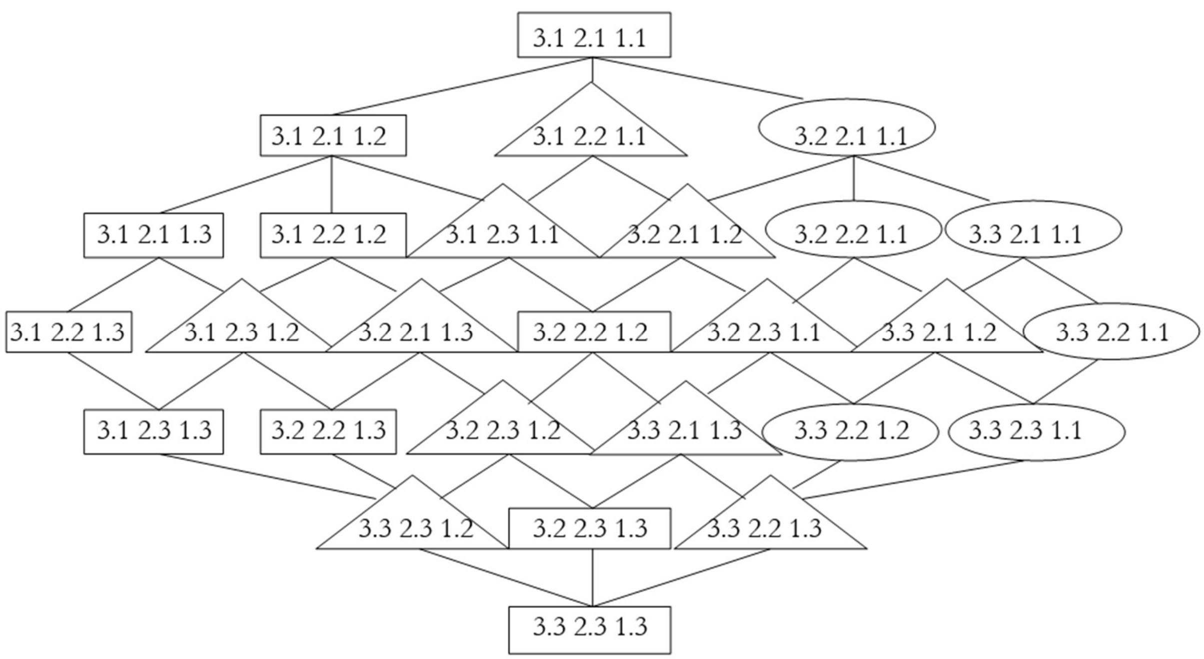
(3.a 2.b 1.c) mit a, b, c $\in$ {.1, .2, .3} und $a \leq b \leq c$

konstruierten Klassen die Zeichenklassen sind. Bedeutungsklassen haben also folgende drei mögliche semiotische Ordnungen

$a < b < c$ $a > b > c$ $a = b = c$

sowie Kombinationen davon.

In Toth (2009) wurde gezeigt, dass man die 27 Bedeutungsklassen in einem hierarchischen Schema so anordnen kann, dass auf jeder Ebene solche Bedeutungsklassen zu stehen kommen, die gleiche Repräsentationswerte haben:



Die 10 Bedeutungsklassen rechts im Diagramm, die den 10 Zeichenklassen auf der linken Seite entsprechen (und deren Überschneidung mit den 15 mittleren Klassen in der Mitte aus technischen Gründen nicht gekennzeichnet wurde) sind also semiotische Klassen, die nach dem zu den Zeichenklassen spiegelbildlichen Ordnungsprinzip $a \geq b \geq c$ gebildet sind, während die mittleren Klassen gemischte Ordnungen aufweisen. Die 27 Bedeutungsklassen bestimmen danach die maximale Menge derjenigen semiotischen Klassen, welche das Prinzip der Triadizität von Zeichenrelationen erfüllen.

2. Wegen der Symmetrie der Zeichenklassen links und den ihnen korrespondierenden 10 Bedeutungsklassen rechts ist zu erwarten, dass wir auch auf der Ebene der durch die dualen Realitätsthematiken präsentierten strukturellen Realitäten symmetrische Verhältnisse finden. Darüber orientiert die folgende Tabelle.

1. Die 10 Zeichenklassen	2. Die 10 rechten Bedeututungsklassen	Strukturelle Realitäten
$(3.1\ 2.1\ 1.1) \times (1.1\ \underline{1.2\ 1.3})$	$(3.1\ 2.1\ 1.1) \times (1.1\ \underline{1.2\ 1.3})$	M-them. M
$(3.1\ 2.1\ 1.2) \times (2.1\ \underline{1.2\ 1.3})$	$(3.2\ 2.1\ 1.1) \times (\underline{1.1\ 1.2}\ 2.3)$	M-them. O
$(3.1\ 2.1\ 1.3) \times (3.1\ \underline{1.2\ 1.3})$	$(3.3\ 2.1\ 1.1) \times (\underline{1.1\ 1.2}\ 3.3)$	M-them. I
$(3.1\ 2.2\ 1.2) \times (\underline{2.1\ 2.2}\ 1.3)$	$(3.2\ 2.2\ 1.1) \times (1.1\ \underline{2.2\ 2.3})$	O-them. M
$(3.1\ 2.2\ 1.3) \times (\underline{3.1}\ \underline{2.2}\ \underline{1.3})$	$(3.3\ 2.2\ 1.1) \times (\underline{1.1}\ \underline{2.2}\ \underline{3.3})$	Triad. Real.
$(3.1\ 2.3\ 1.3) \times (\underline{3.1\ 3.2}\ 1.3)$	$(3.3\ 2.3\ 1.1) \times (1.1\ \underline{3.2\ 3.3})$	I-them. M
$(3.2\ 2.2\ 1.2) \times (2.1\ \underline{2.2\ 2.3})$	$(3.2\ 2.2\ 1.2) \times (2.1\ \underline{2.2\ 2.3})$	O-them. O
$(3.2\ 2.2\ 1.3) \times (3.1\ \underline{2.2\ 2.3})$	$(3.3\ 2.2\ 1.2) \times (\underline{2.1\ 2.2}\ 3.3)$	O-them. I
$(3.2\ 2.3\ 1.3) \times (\underline{3.1\ 3.2}\ 2.3)$	$(3.2\ 2.3\ 1.3) \times (\underline{3.1\ 3.2}\ 2.3)$	I-them. O
$(3.3\ 2.3\ 1.3) \times (3.1\ \underline{3.2\ 3.3})$	$(3.3\ 2.3\ 1.3) \times (3.1\ \underline{3.2\ 3.3})$	I-them. I

3. Die 15 mittleren Bedeutungsklassen

$(3.1\ 2.1\ 1.1) \times (1.1\ \underline{1.2\ 1.3})$	M-them. M
$(3.1\ 2.2\ 1.1) \times (\underline{1.1}\ 2.2\ \underline{1.3})$	M-them. O
$(3.1\ 2.3\ 1.1) \times (\underline{1.1}\ 3.2\ \underline{1.3})$	M-them I
$(3.1\ 2.3\ 1.2) \times (\underline{2.1}\ \underline{3.2}\ \underline{1.3})$	Triad. Real.
$(3.2\ 2.1\ 1.2) \times (\underline{2.1}\ 1.2\ \underline{2.3})$	O-them. M
$(3.2\ 2.1\ 1.3) \times (\underline{3.1}\ \underline{1.2}\ \underline{2.3})$	Triad. Real.
$(3.2\ 2.2\ 1.2) \times (2.1\ \underline{2.2\ 2.3})$	O-them. O
$(3.2\ 2.3\ 1.1) \times (\underline{1.1}\ \underline{3.2}\ \underline{2.3})$	Triad. Real.
$(3.2\ 2.3\ 1.2) \times (\underline{2.1}\ 3.2\ \underline{2.3})$	O-them. I
$(3.2\ 2.3\ 1.3) \times (\underline{3.1\ 3.2}\ 2.3)$	I-them. O
$(3.3\ 2.1\ 1.2) \times (\underline{2.1}\ \underline{1.2}\ \underline{3.3})$	Triad. Real.
$(3.3\ 2.1\ 1.3) \times (\underline{3.1}\ 1.2\ \underline{3.3})$	I-them. M
$(3.3\ 2.3\ 1.2) \times (2.1\ \underline{3.2\ 3.3})$	I-them. O
$(3.3\ 2.2\ 1.3) \times (\underline{3.1}\ 2.2\ \underline{3.3})$	I-them. O
$(3.3\ 2.3\ 1.3) \times (3.1\ \underline{3.2\ 3.3})$	I-them. I

Wir ersehen aus dieser Übersicht:

1. Die Realitäten der 10 Zeichenklassen und der 10 rechten Bedeutungsklassen entsprechen einander bis auf die Positionen der thematisierenden Realitäten, bei denen links und rechts spiegelbildlich vertauscht sind.

2. Die Realitäten der zweimal 10 Bedeutungsklassen korrespondieren ebenfalls mit den Realitäten der 15 mittleren Bedeutungsklassen, nur dass hier statt adjazenter eine "Sandwich"-Stellung erscheint (vgl. Toth 2007, S. 216).

3. Bei den 15 Bedeutungsklassen erscheint (I-them. O) 3mal und Triadische Realität 4mal. Die drei Formen von (I-them. O) sind:

a) (3.2 2.3 1.3) × ($\underline{3.1\ 3.2}$ 2.3)

b) (3.3 2.3 1.2) × (2.1 $\underline{3.2\ 3.3}$)

c) (3.3 2.2 1.3) × ($\underline{3.1}$ 2.2 $\underline{3.3}$)

mit a) wird also der Anschluss an die 10 Zkln, mit b) der Anschluss an die 10 Bedeutungsklassen gemacht, und c) stellt die genuine Sandwich-Stellung der thematisierenden Realitäten der 15 Bedeutungsklassen dar. Es liegt hier also positionale Verlinkung vor.

Bei den 4 Triadischen Realitäten finden wir folgende Formen:

a) (3.1 2.3 1.2) × ($\underline{2.1}$ $\underline{3.2}$ $\underline{1.3}$)

b) (3.2 2.1 1.3) × ($\underline{3.1}$ $\underline{1.2}$ $\underline{2.3}$)

c) (3.2 2.3 1.1) × ($\underline{1.1}$ $\underline{3.2}$ $\underline{2.3}$)

d) (3.3 2.1 1.2) × ($\underline{2.1}$ $\underline{1.2}$ $\underline{3.3}$)

Die Ordnungsstrukturen der Triaden sind also von a) bis d) : (2, 3, 1), (3, 1, 2), (1, 3, 2) und (2, 1, 3). Es fehlen somit nur die beiden Ordnungsstrukturen (3, 2, 1) und (1, 2, 3), welche die Strukturen der eigenrealen Zeichenklasse sowie der Kategorienrealität sind, die beide bei den 15 Bedeutungsklassen nicht auftauchen. Die triadischen Realitätsverhältnisse zwischen den 3 Gruppen von Bedeutungsklassen sind also komplementär.

Zusammenfassend kann also festgehalten werden, dass die 15 mittleren Bedeutungsklassen punkto Symmetrie und Komplementarität zwischen den 10 Bedeutungsklassen links (den Zeichenklassen) und den 10 Bedeutungsklassen rechts vermitteln. Es handelt sich also um **mediative semiotische Systeme**.

Bibliographie

Toth, Alfred, Das diskriminantensymmetrische Dualitätssystem. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Semiotische Mediation bei Bedeutungsklassen

1. In Toth (2009) hatten wir festgestellt, dass sich die 27 semiotischen Bedeutungsklassen in 10 linke (die Peirceschen Zeichenklassen), in 10 rechte (spiegelsymmetrische) und in 15 mittlere mediative unterteilen lassen. In diesem Nachtrag soll gezeigt werden, was die mediative Funktion der mittleren Bedeutungsklassen für Auswirkungen auf die Thematisationsstruktur der strukturellen Realitäten hat, die durch die Realitätsthematiken dieser Bedeutungsklassen präsentiert werden und wie diese in Zukunft für eine praktische Anwendung eingesetzt werden könnten.

1. 10 Zeichenklassen	2. Die 10 rechten Bedeututungsklassen	3. Die 15 mittleren Bedeutungsklassen	Strukturelle Realitäten
$(1.1\ \underline{1.2\ 1.3})$	$(1.1\ \underline{1.2\ 1.3})$	$(1.1\ \underline{1.2\ 1.3})$	M-them. M
$(2.1\ \underline{1.2\ 1.3})$	$(\underline{1.1\ 1.2}\ 2.3)$	$(\underline{1.1}\ 2.2\ \underline{1.3})$	M-them. O
$(3.1\ \underline{1.2\ 1.3})$	$(\underline{1.1\ 1.2}\ 3.3)$	$(\underline{1.1}\ 3.2\ \underline{1.3})$	M-them. I
$(\underline{2.1\ 2.2}\ 1.3)$	$(1.1\ \underline{2.2\ 2.3})$	$(\underline{2.1}\ 1.2\ \underline{2.3})$	O-them. M
$(\underline{3.1}\ \underline{2.2}\ \underline{1.3})$	$(\underline{1.1}\ \underline{2.2}\ \underline{3.3})$	$(\underline{2.1}\ \underline{3.2}\ \underline{1.3})$	
		$(\underline{3.1}\ \underline{1.2}\ \underline{2.3})$	Triad. Real.
		$(\underline{1.1}\ \underline{3.2}\ \underline{2.3})$	
		$(\underline{2.1}\ \underline{1.2}\ \underline{3.3})$	
$(\underline{3.1\ 3.2}\ 1.3)$	$(1.1\ \underline{3.2\ 3.3})$	$(\underline{3.1}\ 1.2\ \underline{3.3})$	I-them. M
$(2.1\ \underline{2.2\ 2.3})$	$(2.1\ \underline{2.2\ 2.3})$	$(2.1\ \underline{2.2\ 2.3})$	O-them. O
$(3.1\ \underline{2.2\ 2.3})$	$(\underline{2.1\ 2.2}\ 3.3)$	$(\underline{2.1}\ 3.2\ \underline{2.3})$	O-them. I
$(\underline{3.1\ 3.2}\ 2.3)$	$(\underline{3.1\ 3.2}\ 2.3)$	$(\underline{3.1\ 3.2}\ 2.3)$	
		$(2.1\ \underline{3.2\ 3.3})$	I-them. O
		$(\underline{3.1}\ 2.2\ \underline{3.3})$	
$(3.1\ \underline{3.2\ 3.3})$	$(3.1\ \underline{3.2\ 3.3})$	$(3.1\ \underline{3.2\ 3.3})$	I-them. I

Aus dieser Tabelle ersieht man folgendes:

1. Die Thematisationsstrukturen der homogenen Zeichenklassen (3.1 2.1 1.1), (3.2 2.2 1.2) und (3.3 2.3 1.3) sind in allen drei Gruppen gleich.

2. Bei den übrigen Thematisationsstrukturen gilt eines der beiden folgenden Schemata, z.B.:

$(2.1\ \underline{1.2\ 1.3})$ $(\underline{1.1\ 1.2}\ 2.3)$ $(\underline{1.1}\ 2.2\ \underline{1.3})$ M-them. O,

$(\underline{3.1\ 3.2}\ 1.3)$ $(1.1\ \underline{3.2\ 3.3})$ $(\underline{3.1}\ 1.2\ \underline{3.3})$ I-them. M d.h. die Strukturen der Thematisate sind von links nach rechts entweder semiosisch-generativ oder retrosemiosisch-degenerativ, wobei die mittleren Bedeutungsklassen immer ein mittleres, d.h. trichotomisch zweitheitliches Subzeichen haben. Wie man ferner sieht, besteht insofern eine notwendige Verbindung zwischen dem trichotomischen Wert eines Subzeichens und seiner Stellung innerhalb der Thematisationsstruktur, als die Zweitheit an den Typus der "Sandwich-Thematisation"

$(\underline{a.b}\ c.2\ \underline{a.d})$

gebunden ist, während die Erstheit an Rechtsthematisierende

$(a.1\ \underline{b.c\ b.d})$

und die Drittheit an Linksthematisierende

$(\underline{a.b\ a.c}\ d.3)$

gebunden sind. Position und trichotomischer Wert bedingen einander also. Damit bekommen wir aber in den 3 Gruppen für jede nicht-homogene Thematisation die drei folgenden Möglichkeiten:

$(a.1\ \underline{b.c\ b.d})$

$(\underline{a.b}\ c.2\ \underline{a.d})$

$(\underline{a.b\ a.c}\ d.3)$,

und zwar für a, c, d ∈ {.1, .2, 3.}, d.h. die drei Bedeutungsklassen ermöglichen eine Verfeinerung der Thematisation einer Realitätsthematik, insofern nun z.B. zwei thematisierende Mittelbezüge nicht mehr nur notwendig (2.1) thematiseren, sondern zusätzlich (2.2) und (2.3) und damit den ganzen Objektbezug eines Zeichens thematisieren können.

Aus dem letzteren Sachverhalt ergibt sich jedoch die Affinität jeder Zeichenklasse zu zwei semiotisch affinen Zeichenklassen. Um bei dem obigen Beispiel zu bleiben: Wenn zwei Mittelbezüge sowohl (2.1) als auch (2.2) und (2.3) thematisieren können, haben wir also folgende Realitätsthematiken:

$(2.1\ \underline{1.2\ 1.3})$

$(\underline{1.1}\ 2.2\ \underline{1.3})$

$(\underline{1.1\ 1.2}\ 2.3)$

und erhalten daraus durch Dualisierung folgende Zeichenklassen

(3.1 2.1 1.2)

(3.1 2.2 1.1)

(3.2 2.1 1.1)

Alle drei Zeichenklassen haben den gleichen Repräsentationswert Rpw = 10 und sind wegen der gleichen Thematisationsstruktur **semiotisch affin**.

Übrigens bemerkt hier gleich noch ein weiteres semiotisches Gesetz, das wir wie folgt allgemein formulieren können:

$(a.1\ \underline{b.c}\ \underline{b.d}) \Rightarrow c = 2, d = 3$

$(\underline{a.b}\ c.2\ \underline{a.d}) \Rightarrow b = 1, d = 3$

$(\underline{a.b}\ \underline{a.c}\ d.3) \Rightarrow b = 1, c = 2$

Wir wollen es das **Gesetz des trichotomischen Ausgleichs in Realitästhematiken** nennen.

Der Grund liegt einfach an der Triadizitätsbedingung der Zeichenklassen, deren paarweise verschiedene triadische Werte für (a.b c.d e.f) mit a, c, e ∈ {1., 2., 3.} bei Realitätsthematiken als trichotomische Werte erscheinen.

3.1. Ausnahmen zu den in 2. formulierten Regeln bilden nur die vierfach auftretenden triadischen Realitäten und die dreifach auftretende Thematisationsstruktur (I-them. O):

$$\begin{array}{lll} (\underline{3.1}\ \underline{2.2}\ \underline{1.3}) & (\underline{1.1}\ \underline{2.2}\ \underline{3.3}) & \left.\begin{array}{l} (\underline{2.1}\ \underline{3.2}\ \underline{1.3}) \\ (\underline{3.1}\ \underline{1.2}\ \underline{2.3}) \\ (\underline{1.1}\ \underline{3.2}\ \underline{2.3}) \\ (\underline{2.1}\ \underline{1.2}\ \underline{3.3}) \end{array}\right\} \text{Triad. Real.} \end{array}$$

Die eigenreale Zeichenklasse hat die Ordnung (3-2-1) der triadischen Werte, die kategorienreale Bedeutungsklasse die Ordnung (1-2-3). Nun mediieren die Ordnungen der vierfachen triadischen Realitäten (2-3-1), (3-1-2), (1-3-2) und (2-1-3) zwischen Eigen- und Kategorienrealität. Ausserdem finden wir bei den mediativen triadischen Realitäten folgende Besonderheiten:

a(3.1 2.3 1.2) × b(2.1 3.2 1.3)

b(3.2 2.1 1.3) × a(3.1 1.2 2.3)

c(3.2 2.3 1.1) × c(1.1 3.2 2.3)

d(3.3 2.1 1.2) × d(2.1 1.2 3.3)

Wenn Eigenrealität Dualinvarianz von Zeichenklasse und Realitätsthematik

(3.1 2.2 1.3) × (3.1 2.2 1.3)

und Kategorienrealität Spiegelungsinvarianz von Zeichenklasse und Realitätsthematik bedeutet

(3.3 2.2 1.1) × (1.1 2.2 3.3),

dann finden wir eine noch schwächere Form von "Eigenrealität" bei den obigen vier mediativen triadischen Realitäten, insofern hier Zeichenklassen und Realitätsthematiken zwar pro Subzeichen, nicht aber pro Stellung der Subzeichen identisch sind, wobei ferner diese Identität im Falle der Dualsysteme

a(3.1 2.3 1.2) × b(2.1 3.2 1.3)

b(3.2 2.1 1.3) × a(3.1 1.2 2.3)

über zwei Zeichen- bzw. Realitätsthematiken "chiastisch" verteilt ist. (Zu "starker" und "schwächerer" Eigenrealität vgl. bereits Bense 1992, S. 40.)

Das Gesetz des trichotomischen Ausgleichs in Realitästhematiken gilt natürlich auch bei den triadischen Realitäten.

3.2. Kommen wir also zu den drei Typen von (I-them. O). Weil hier die Zeichenklasse (3.2 2.3 1.3) zu allen drei Gruppen von Bedeutungsklassen gehört, haben also alle drei dieselbe Realitätsthematik und damit natürlich dieselbe strukturelle Realität

(<u>3.1 3.2</u> 2.3) (<u>3.1 3.2</u> 2.3) (<u>3.1 3.2</u> 2.3)

Die beiden mediativen strukturellen Realitäten

(2.1 <u>3.2 3.3</u>)

(<u>3.1</u> 2.2 <u>3.3</u>)

vermitteln in diesem Falle also zwischen allen drei Gruppen. Natürlich gilt das Gesetz des trichotomischen Ausgleich auch in diesem Falle.

Bibliographie

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Toth, Alfred, Zu einer Realitätentheorie der semiotischen Bedeutungsklassen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Semiotische Verbindungen von Bedeutungsklassen

1. In Toth (2009a, b, c) wurde gezeigt, dass sich die Menge der $3^3 = 27$ möglichen Bedeutungsklassen, die sich aus der triadischen Zeichenrelation

ZR = (3.a 2.b 1.c)

unter Weglassung der inklusiven semiotischen Ordnung

$(a \leq b \leq c)$

ergibt, in 3 Gruppen einteilen lässt, wenn man Bedeutungsklassen mit gleichem Repräsensationswert in einem hierarchischen Schema ordnet. Die 27 Bedeutungsklassen zerfallen dann in 10 linksseitige, 10 rechtsseitige und 15 mittlere Bedeutungsklassen, wobei die zweimal 10 Bedeutungsklassen identische strukturelle Realitäten aufweisen und die 15 mittleren Bedeutungsklassen zwischen den linksseitigen und den rechtsseitigen Thematisationsstukturen vermitteln. In dieser Arbeit sollen nun die semiotischen Verbindungen zwischen den als Dualsystemen aufgefassten Bedeutungsklassen untersucht werden.

2. Ein Vergleich der 10 (linksseitigen) Zeichenklassen und der 10 (rechtsseitigen) Bedeutungsklassen ergibt zwar keine Spiegelung (Inversion) der semiotischen Verbindungen, aber einen **komplementären Ausgleich**, den man wie folgt abstrakt formulieren kann:

1. Die Anzahl der semiotischen Verbindung paarweise verschiedener Bedeutungsklassen ist konstant.

2. Die Adjazenz semiotischer Verbindungen ist konstant.

3. Beim Übergang vom System der Zeichenklassen zum System der ihnen entsprechenden Bedeutungsklassen werden die Werte der Positionen 1 und 3 zyklisch ausgetauscht, d.h. $1 \leftrightarrow 3$:

(3.1 2.1 1.1) × (1.1 1.2 1.3)
(3.1 2.1 1.2) × (2.1 1.2 1.3)
(3.1 2.1 1.3) × (3.1 1.2 1.3)
(3.1 2.2 1.2) × (2.1 2.2 1.3)
(3.1 2.2 1.3) × (3.1 2.2 1.3)
(3.1 2.3 1.3) × (3.1 3.2 1.3)

(3.1 2.1 1.1) × (1.1 1.2 1.3)
(3.2 2.1 1.1) × (1.1 1.2 2.3)
(3.3 2.1 1.1) × (1.1 1.2 3.3)
(3.2 2.2 1.1) × (1.1 2.2 2.3)
(3.3 2.2 1.1) × (1.1 2.2 3.3)
(3.3 2.3 1.1) × (1.1 3.2 3.3)

(3.2 2.2 1.2) × (2.1 2.2 2.3)

(3.2 2.2 1.3) × (3.1 2.2 2.3)
(3.2 2.3 1.3) × (3.1 3.2 2.3)
(3.3 2.3 1.3) × (3.1 3.2 3.3)

(3.2 2.2 1.2) × (2.1 2.2 2.3)

(3.3 2.2 1.2) × (2.1 2.2 3.3)

(3.2 2.3 1.3) × (3.1 3.2 2.3)
(3.3 2.3 1.3) × (3.1 3.2 3.3)

Wie man sieht, finden sich zwei Fälle, wo leere semiotische Verbindungen vorliegen.

Die mittleren Bedeutungsklassen sind auch hinsichtlich ihrer semiotischen Verbindungen mediativ:

(3.1 2.1 1.1) × (1.1 1.2 1.3)
(3.1 2.2 1.1) × (1.1 2.2 1.3)
(3.1 2.3 1.1) × (1.1 3.2 1.3)

(3.2 2.1 1.2) × (2.1 1.2 2.3)
(3.3 2.1 1.2) × (2.1 1.2 3.3)
(3.1 2.3 1.2) × (2.1 3.2 1.3)
(3.2 2.3 1.1) × (1.1 3.2 2.3)
(3.2 2.1 1.3) × (3.1 1.2 2.3)
(3.3 2.1 1.3) × (3.1 1.2 3.3)

$(3.2\ 2.2\ 1.2) \times (2.1\ \underline{2.2\ 2.3})$

$(3.2\ 2.3\ 1.2) \times (\underline{2.1}\ 3.2\ \underline{2.3})$

$(3.2\ 2.3\ 1.3) \times (\underline{3.1\ 3.2}\ 2.3)$

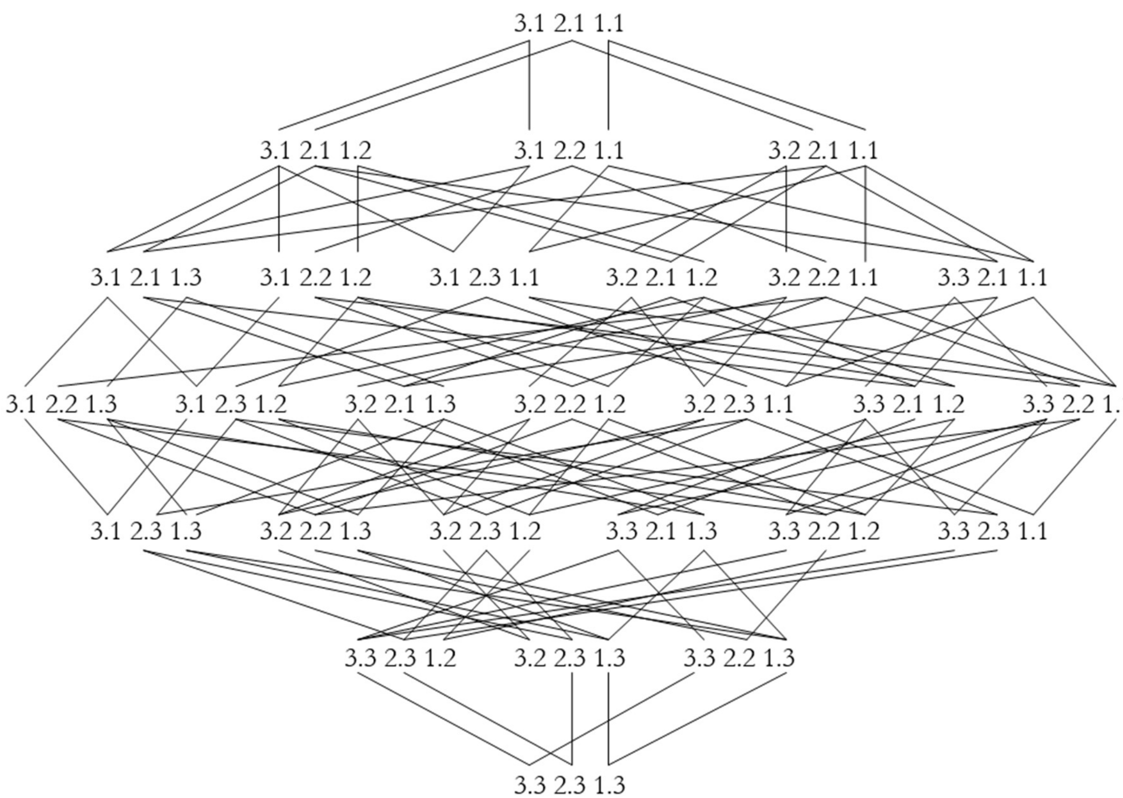
$(3.3\ 2.3\ 1.2) \times (2.1\ \underline{3.2\ 3.3})$

$(3.3\ 2.2\ 1.3) \times (\underline{3.1}\ 2.2\ \underline{3.3})$

$(3.3\ 2.3\ 1.3) \times (3.1\ \underline{3.2\ 3.3})$,

wobei sich auch hier zwei Fälle finden, wo leere semiotische Verbindungen vorliegen.

3. Wenn wir die 27 Bedeutungsklassen wiederum als hierarchisches Schema anordnen, so erkennt man bei genauerer Prüfung, dass der mediative Ausgleich der mittleren 15 Bedeutungsklassen sowohl horizontal wie vertikal funktioniert.



Wir kommen also zum Schluss, dass die 10 Zeichenklassen nicht nur eine Teilmenge der 27 Bedeutungsklassen sind, sondern dass sie 1. sowohl hinsichtlich der Thematisierungsstrukturen als auch der semiotischen Verbindungen in den 10 rechtsseitigen Bedeutungsklassen ihre genauen Inversen haben und dass 2. zwischen den Zeichenklassen und den rechtsseitigen Bedeutungsklassen die Menge der 15 Bedeutungsklassen liegt, die sowohl horizontal als auch vertikal sowohl punkto

Thematisierungsstrukturen als auch punkto semiotischen Verbindungen zwischen ihnen vermitteln. Die 15 mittleren Bedeutungsklassen vermitteln also in zwei Dimensionen zwischen den Zeichenklassen und ihren inversen bedeutungstheoretischen Entsprechen. Das Ergebnis ist, wie man aus der obigen Darstellung sieht, eine besondere Form eines semiotischen Diamanten, die weiterer Untersuchungen zugänglich ist.

Bibliographie

Toth, Alfred, Zu einer Realitätentheorie der semiotischen Bedeutungsklassen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Semiotische Mediation bei Bedeutungsklassen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009b

Toth, Alfred, Affine Bedeutungsklassen und das semiotische Faltungsintegral. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009c

Sinn-, Bedeutungs- und Zeichenklassen

Eine triadische Relation

R(a, b, c)

ist noch keine Zeichenrelation. Dazu bedarf es nach Peirce 1. der paarweisen Verschiedenheit der Relata

$a \neq b \neq c$

sowie 2. der Identifikation dieser Relata mit einer Mittelrelation, die als Zeichenträger fungiert, einer Objektrelation, die als Bezeichnungsfunktion fungiert, und einer Interpretantenrelation, die als Bedeutungsfunktion fungiert. Daraus folgt, also, dass jede triadische Relation eine Zeichenrelation sein kann, sofern deren Relata über ihren syntaktischen Status hinaus mit einer Bedeutungs- und einer Sinnfunktion identifiziert werden können. Beachte, dass bei dieser Einführung einer Zeichenrelation diese eine ungeordnete Menge darstellt, bei der die paarweise Verschiedenheit der Relata lediglich garantiert, dass die Abbildung der Zeichenfunktionen auf die Relata bijektiv ist.

Die Menge der möglichen dyadischen Partialrelationen über R(a, b, c) ist

PR(a, b, c) = {(a.a), (a.b), (a.c), (b.a), (b.b), (b.c), (c.a), (c.b), (c.c)}.

Ist also eine Relation R(a, b, c) eine Zeichenrelation, kann man für die 3 Relata jeweils 3 partielle Relata einsetzen, und man erhält auf diese Weise $3^3 = 27$ Zeichenrelationen:

(c.a b.a a.a) (c.a b.b a.a) (c.a b.c a.a)

(c.a b.a a.b) (c.a b.b a.b) (c.a b.c a.b)

(c.a b.a a.c) (c.a b.b a.c) (c.a b.c a.c)

(c.b b.a a.a) (c.b b.b a.a) (c.b b.c a.a)

(c.b b.a a.b) (c.b b.b a.b) (c.b b.c a.b)

(c.b b.a a.c) (c.b b.b a.c) (c.b b.c a.c)

(c.c b.a a.a) (c.c b.b a.a) (c.c b.c a.a)

(c.c b.a a.b) (c.c b.b a.b) (c.c b.c a.b)

(c.c b.a a.c) (c.c b.b a.c) (c.c b.c a.c)

Aus diesen 27 Zeichenrelationen werden nun Zeichenklassen dadurch definiert, dass Zeichenrelationen der semiotischen Inklusionsordnung

(a.x b.y c.z) mit ($x \leq y \leq z$) mit x, y, z $\in$ {a, b, c}

genügen müssen. Dies sind dann die folgenden Zeichenrelationen:

(c.a b.a a.a)

(c.a b.a a.b)

(c.a b.a a.c)

(c.a b.b a.b)

(c.a b.b a.c)

(c.a b.c a.c)

(c.b b.b a.b)

(c.b b.b a.c)

(c.b b.c a.c)

(c.c b.c a.c)

Die 10 Zeichenklassen sind damit natürlich eine Teilmenge der 27 Zeichenrelationen. Letztere werden nach Walther (1979, S. 80) als "Bedeutungsklassen" bezeichnet (vgl. Toth 2009a-f). Nun sagt uns aber eine einfache Überlegung, dass rein kombinatorisch auch die Bedeutungsklassen eine Teilmenge einer noch grösseren Menge von Relationen sind. Nur muss dazu die obige Einschränkung 1., also die paarweise Verschiedenheit der Relata aufgehoben werden. Wenn wir also eine triadische Relation mit 3 Plätzen haben, an denen somit je alle 9 partiellen Relationen auftreten können, so bekommen wir eine Menge von 3^9 = 19'683 Relationen. Hier sind allerdings sehr viele Dubletten vertreten, da die Zeichenrelationen ja als ungeordnete Mengen eingeführt wurden. Statt rein kombinatorisch vorzugehen, versetzen wir uns daher auf den semiotischen Standpunkt. Als erste Relation bekommen wir eine triadische Relation mit rein homogenen Partialrelationen

((a.a), (a.a), (a.a))

Wenn wir zunächst rechts die 9 möglichen Partialrelationen durchlaufen

(a.a a.a a.a) (a.a a.a b.a) (a.a a.a c.a)

(a.a a.a a.b) (a.a a.a b.b) (a.a a.a c.b)

(a.a a.a a.c) (a.a a.a b.c) (a.a a.a c.c), dann wird schnell klar, dass wir auf diese Weise für jede der 9 Partialrelationen 81 Relationen bekommen, insgesamt also 729 Relationen:

(a.a a.a a.a)	(a.a a.a b.a)	(a.a a.a c.a)
(a.a a.a a.b)	(a.a a.a b.b)	(a.a a.a c.b)
(a.a a.a a.c)	(a.a a.a b.c)	(a.a a.a c.c)
(a.a a.b a.a)	(a.a a.b b.a)	(a.a a.b c.a)
(a.a a.b a.b)	(a.a a.b b.b)	(a.a a.b c.b)
(a.a a.b a.c)	(a.a a.b b.c)	(a.a a.b c.c)
(a.a a.c a.a)	(a.a a.c b.a)	(a.a a.c c.a)
(a.a a.c a.b)	(a.a a.c b.b)	(a.a a.c c.b)
(a.a a.c a.c)	(a.a a.c b.c)	(a.a a.c c.c)
(a.a b.a a.a)	(a.a b.a b.a)	(a.a b.a c.a)
(a.a b.a a.b)	(a.a b.a b.b)	(a.a b.a c.b)
(a.a b.a a.c)	(a.a b.a b.c)	(a.a b.a c.c)
(a.a b.b a.a)	(a.a b.b b.a)	(a.a b.b c.a)
(a.a b.b a.b)	(a.a b.b b.b)	(a.a b.b c.b)
(a.a b.b a.c)	(a.a b.b b.c)	(a.a b.b c.c)
(a.a b.c a.a)	(a.a b.c b.a)	(a.a b.c c.a)
(a.a b.c a.b)	(a.a b.c b.b)	(a.a b.c c.b)
(a.a b.c a.c)	(a.a b.c b.c)	(a.a b.c c.c)

(a.a c.a a.a)	(a.a c.a b.a)	(a.a c.a c.a)
(a.a c.a a.b)	(a.a c.a b.b)	(a.a c.a c.b)
(a.a c.a a.c)	(a.a c.a b.c)	(a.a c.a c.c)
(a.a c.b a.a)	(a.a c.b b.a)	(a.a c.b c.a)
(a.a c.b a.b)	(a.a c.b b.b)	(a.a c.b c.b)
(a.a c.b a.c)	(a.a c.b b.c)	(a.a c.b c.c)
(a.a c.c a.a)	(a.a c.c b.a)	(a.a c.c c.a)
(a.a c.c a.b)	(a.a c.c b.b)	(a.a c.c c.b)
(a.a c.c a.c)	(a.a c.c b.c)	(a.a c.c c.c)

(a.b a.a a.a)	(a.b a.a b.a)	(a.b a.a c.a)
(a.b a.a a.b)	(a.b a.a b.b)	(a.b a.a c.b)
(a.b a.a a.c)	(a.b a.a b.c)	(a.b a.a c.c)
(a.b a.b a.a)	(a.b a.b b.a)	(a.b a.b c.a)
(a.b a.b a.b)	(a.b a.b b.b)	(a.b a.b c.b)
(a.b a.b a.c)	(a.b a.b b.c)	(a.b a.b c.c)
(a.b a.c a.a)	(a.b a.c b.a)	(a.b a.c c.a)
(a.b a.c a.b)	(a.b a.c b.b)	(a.b a.c c.b)
(a.b a.c a.c)	(a.b a.c b.c)	(a.b a.c c.c)
(a.b b.a a.a)	(a.b b.a b.a)	(a.b b.a c.a)
(a.b b.a a.b)	(a.b b.a b.b)	(a.b b.a c.b)
(a.b b.a a.c)	(a.b b.a b.c)	(a.b b.a c.c)

(a.b b.b a.a) (a.b b.b b.a) (a.b b.b c.a)
(a.b b.b a.b) (a.b b.b b.b) (a.b b.b c.b)
(a.b b.b a.c) (a.b b.b b.c) (a.b b.b c.c)

(a.b b.c a.a) (a.b b.c b.a) (a.b b.c c.a)
(a.b b.c a.b) (a.b b.c b.b) (a.b b.c c.b)
(a.b b.c a.c) (a.b b.c b.c) (a.b b.c c.c)

(a.b c.a a.a) (a.b c.a b.a) (a.b c.a c.a)
(a.b c.a a.b) (a.b c.a b.b) (a.b c.a c.b)
(a.b c.a a.c) (a.b c.a b.c) (a.b c.a c.c)

(a.b c.b a.a) (a.b c.b b.a) (a.b c.b c.a)
(a.b c.b a.b) (a.b c.b b.b) (a.b c.b c.b)
(a.b c.b a.c) (a.b c.b b.c) (a.b c.b c.c)

(a.b c.c a.a) (a.b c.c b.a) (a.b c.c c.a)
(a.b c.c a.b) (a.b c.c b.b) (a.b c.c c.b)
(a.b c.c a.c) (a.b c.c b.c) (a.b c.c c.c)

(a.c a.a a.a) (a.c a.a b.a) (a.c a.a c.a)
(a.c a.a a.b) (a.c a.a b.b) (a.c a.a c.b)
(a.c a.a a.c) (a.c a.a b.c) (a.c a.a c.c)

(a.c a.b a.a) (a.c a.b b.a) (a.c a.b c.a)
(a.c a.b a.b) (a.c a.b b.b) (a.c a.b c.b)
(a.c a.b a.c) (a.c a.b b.c) (a.c a.b c.c)

(a.c a.c a.a)	(a.c a.c b.a)	(a.c a.c c.a)
(a.c a.c a.b)	(a.c a.c b.b)	(a.c a.c c.b)
(a.c a.c a.c)	(a.c a.c b.c)	(a.c a.c c.c)

(a.c b.a a.a)	(a.c b.a b.a)	(a.c b.a c.a)
(a.c b.a a.b)	(a.c b.a b.b)	(a.c b.a c.b)
(a.c b.a a.c)	(a.c b.a b.c)	(a.c b.a c.c)

(a.c b.b a.a)	(a.c b.b b.a)	(a.c b.b c.a)
(a.c b.b a.b)	(a.c b.b b.b)	(a.c b.b c.b)
(a.c b.b a.c)	(a.c b.b b.c)	(a.c b.b c.c)

(a.c b.c a.a)	(a.c b.c b.a)	(a.c b.c c.a)
(a.c b.c a.b)	(a.c b.c b.b)	(a.c b.c c.b)
(a.c b.c a.c)	(a.c b.c b.c)	(a.c b.c c.c)

(a.c c.a a.a)	(a.c c.a b.a)	(a.c c.a c.a)
(a.c c.a a.b)	(a.c c.a b.b)	(a.c c.a c.b)
(a.c c.a a.c)	(a.c c.a b.c)	(a.c c.a c.c)

(a.c c.b a.a)	(a.c c.b b.a)	(a.c c.b c.a)
(a.c c.b a.b)	(a.c c.b b.b)	(a.c c.b c.b)
(a.c c.b a.c)	(a.c c.b b.c)	(a.c c.b c.c)

(a.c c.c a.a)	(a.c c.c b.a)	(a.c c.c c.a)
(a.c c.c a.b)	(a.c c.c b.b)	(a.c c.c c.b)
(a.c c.c a.c)	(a.c c.c b.c)	(a.c c.c c.c)

(b.a a.a a.a) (b.a a.a b.a) (b.a a.a c.a)
(b.a a.a a.b) (b.a a.a b.b) (b.a a.a c.b)
(b.a a.a a.c) (b.a a.a b.c) (b.a a.a c.c)

(b.a a.b a.a) (b.a a.b b.a) (b.a a.b c.a)
(b.a a.b a.b) (b.a a.b b.b) (b.a a.b c.b)
(b.a a.b a.c) (b.a a.b b.c) (b.a a.b c.c)

(b.a a.c a.a) (b.a a.c b.a) (b.a a.c c.a)
(b.a a.c a.b) (b.a a.c b.b) (b.a a.c c.b)
(b.a a.c a.c) (b.a a.c b.c) (b.a a.c c.c)

(b.a b.a a.a) (b.a b.a b.a) (b.a b.a c.a)
(b.a b.a a.b) (b.a b.a b.b) (b.a b.a c.b)
(b.a b.a a.c) (b.a b.a b.c) (b.a b.a c.c)

(b.a b.b a.a) (b.a b.b b.a) (b.a b.b c.a)
(b.a b.b a.b) (b.a b.b b.b) (b.a b.b c.b)
(b.a b.b a.c) (b.a b.b b.c) (b.a b.b c.c)

(b.a b.c a.a) (b.a b.c b.a) (b.a b.c c.a)
(b.a b.c a.b) (b.a b.c b.b) (b.a b.c c.b)
(b.a b.c a.c) (b.a b.c b.c) (b.a b.c c.c)

(b.a c.a a.a) (b.a c.a b.a) (b.a c.a c.a)
(b.a c.a a.b) (b.a c.a b.b) (b.a c.a c.b)

(b.a c.a a.c) (b.a c.a b.c) (b.a c.a c.c)

(b.a c.b a.a) (b.a c.b b.a) (b.a c.b c.a)
(b.a c.b a.b) (b.a c.b b.b) (b.a c.b c.b)
(b.a c.b a.c) (b.a c.b b.c) (b.a c.b c.c)

(b.a c.c a.a) (b.a c.c b.a) (b.a c.c c.a)
(b.a c.c a.b) (b.a c.c b.b) (b.a c.c c.b)
(b.a c.c a.c) (b.a c.c b.c) (b.a c.c c.c)

(b.b a.a a.a) (b.b a.a b.a) (b.b a.a c.a)
(b.b a.a a.b) (b.b a.a b.b) (b.b a.a c.b)
(b.b a.a a.c) (b.b a.a b.c) (b.b a.a c.c)

(b.b a.b a.a) (b.b a.b b.a) (b.b a.b c.a)
(b.b a.b a.b) (b.b a.b b.b) (b.b a.b c.b)
(b.b a.b a.c) (b.b a.b b.c) (b.b a.b c.c)

(b.b a.c a.a) (b.b a.c b.a) (b.b a.c c.a)
(b.b a.c a.b) (b.b a.c b.b) (b.b a.c c.b)
(b.b a.c a.c) (b.b a.c b.c) (b.b a.c c.c)

(b.b b.a a.a) (b.b b.a b.a) (b.b b.a c.a)
(b.b b.a a.b) (b.b b.a b.b) (b.b b.a c.b)
(b.b b.a a.c) (a.a b.a b.c) (b.b b.a c.c)

(b.b b.b a.a) (b.b b.b b.a) (b.b b.b c.a) (b.b b.b a.b) (b.b b.b b.b) (b.b b.b c.b)

(b.b b.b a.c) (b.b b.b b.c) (b.b b.b c.c)

(b.b b.c a.a) (b.b b.c b.a) (b.b b.c c.a)

(b.b b.c a.b) (b.b b.c b.b) (b.b b.c c.b)

(b.b b.c a.c) (b.b b.c b.c) (b.b b.c c.c)

(b.b c.a a.a) (b.b c.a b.a) (b.b c.a c.a)

(b.b c.a a.b) (b.b c.a b.b) (b.b c.a c.b)

(b.b c.a a.c) (b.b c.a b.c) (b.b c.a c.c)

(b.b c.b a.a) (b.b c.b b.a) (b.b c.b c.a)

(b.b c.b a.b) (b.b c.b b.b) (b.b c.b c.b)

(b.b c.b a.c) (b.b c.b b.c) (b.b c.b c.c)

(b.b c.c a.a) (b.b c.c b.a) (b.b c.c c.a)

(b.b c.c a.b) (b.b c.c b.b) (b.b c.c c.b)

(b.b c.c a.c) (b.b c.c b.c) (b.b c.c c.c)

(b.c a.a a.a) (b.c a.a b.a) (b.c a.a c.a)

(b.c a.a a.b) (b.c a.a b.b) (b.c a.a c.b)

(b.c a.a a.c) (b.c a.a b.c) (b.c a.a c.c)

(b.c a.b a.a) (b.c a.b b.a) (b.c a.b c.a)

(b.c a.b a.b) (b.c a.b b.b) (b.c a.b c.b)

(b.c a.b a.c) (b.c a.b b.c) (b.c a.b c.c)

(b.c a.c a.a)	(b.c a.c b.a)	(b.c a.c c.a)
(b.c a.c a.b)	(b.c a.c b.b)	(b.c a.c c.b)
(b.c a.c a.c)	(b.c a.c b.c)	(b.c a.c c.c)

(b.c b.a a.a)	(b.c b.a b.a)	(b.c b.a c.a)
(b.c b.a a.b)	(b.c b.a b.b)	(b.c b.a c.b)
(b.c b.a a.c)	(b.c b.a b.c)	(b.c b.a c.c)

(b.c b.b a.a)	(b.c b.b b.a)	(b.c b.b c.a)
(b.c b.b a.b)	(b.c b.b b.b)	(b.c b.b c.b)
(b.c b.b a.c)	(b.c b.b b.c)	(b.c b.b c.c)

(b.c b.c a.a)	(b.c b.c b.a)	(b.c b.c c.a)
(b.c b.c a.b)	(b.c b.c b.b)	(b.c b.c c.b)
(b.c b.c a.c)	(b.c b.c b.c)	(b.c b.c c.c)

(b.c c.a a.a)	(b.c c.a b.a)	(b.c c.a c.a)
(b.c c.a a.b)	(b.c c.a b.b)	(b.c c.a c.b)
(b.c c.a a.c)	(b.c c.a b.c)	(b.c c.a c.c)

(b.c c.b a.a)	(b.c c.b b.a)	(b.c c.b c.a)
(b.c c.b a.b)	(b.c c.b b.b)	(b.c c.b c.b)
(b.c c.b a.c)	(b.c c.b b.c)	(b.c c.b c.c)

(b.c c.c a.a)	(b.c c.c b.a)	(b.c c.c c.a)
(b.c c.c a.b)	(b.c c.c b.b)	(b.c c.c c.b)
(b.c c.c a.c)	(b.c c.c b.c)	(b.c c.c c.c)

(c.a a.a a.a) (c.a a.a b.a) (c.a a.a c.a)

(c.a a.a a.b) (c.a a.a b.b) (c.a a.a c.b)

(c.a a.a a.c) (c.a a.a b.c) (c.a a.a c.c)

(c.a a.b a.a) (c.a a.b b.a) (c.a a.b c.a)

(c.a a.b a.b) (c.a a.b b.b) (c.a a.b c.b)

(c.a a.b a.c) (c.a a.b b.c) (c.a a.b c.c)

(c.a a.c a.a) (c.a a.c b.a) (c.a a.c c.a)

(c.a a.c a.b) (c.a a.c b.b) (c.a a.c c.b)

(c.a a.c a.c) (c.a a.c b.c) (c.a a.c c.c)

(c.a b.a a.a) (c.a b.a b.a) (c.a b.a c.a)

(c.a b.a a.b) (c.a b.a b.b) (c.a b.a c.b)

(c.a b.a a.c) (c.a b.a b.c) (c.a b.a c.c)

(c.a b.b a.a) (c.a b.b b.a) (c.a b.b c.a)

(c.a b.b a.b) (c.a b.b b.b) (c.a b.b c.b)

(c.a b.b a.c) (c.a b.b b.c) (c.a b.b c.c)

(c.a b.c a.a) (c.a b.c b.a) (c.a b.c c.a)

(c.a b.c a.b) (c.a b.c b.b) (c.a b.c c.b)

(c.a b.c a.c) (c.a b.c b.c) (c.a b.c c.c)

(c.a c.a a.a) (c.a c.a b.a) (c.a c.a c.a)

(c.a c.a a.b) (c.a c.a b.b) (c.a c.a c.b) (c.a c.a a.c)   (c.a c.a b.c)   (c.a c.a c.c)

(c.a c.b a.a)   (c.a c.b b.a)   (c.a c.b c.a)
(c.a c.b a.b)   (c.a c.b b.b)   (c.a c.b c.b)
(c.a c.b a.c)   (c.a c.b b.c)   (c.a c.b c.c)

(c.a c.c a.a)   (c.a c.c b.a)   (c.a c.c c.a)
(c.a c.c a.b)   (c.a c.c b.b)   (c.a c.c c.b)
(c.a c.c a.c)   (c.a c.c b.c)   (c.a c.c c.c)

(c.b a.a a.a)   (c.b a.a b.a)   (c.b a.a c.a)
(c.b a.a a.b)   (c.b a.a b.b)   (c.b a.a c.b)
(c.b a.a a.c)   (c.b a.a b.c)   (c.b a.a c.c)

(c.b a.b a.a)   (c.b a.b b.a)   (c.b a.b c.a)
(c.b a.b a.b)   (c.b a.b b.b)   (c.b a.b c.b)
(c.b a.b a.c)   (c.b a.b b.c)   (c.b a.b c.c)

(c.b a.c a.a)   (c.b a.c b.a)   (c.b a.c c.a)
(c.b a.c a.b)   (c.b a.c b.b)   (c.b a.c c.b)
(c.b a.c a.c)   (c.b a.c b.c)   (c.b a.c c.c)

(c.b b.a a.a)   (c.b b.a b.a)   (c.b b.a c.a)
(c.b b.a a.b)   (c.b b.a b.b)   (c.b b.a c.b)
(c.b b.a a.c)   (c.b b.a b.c)   (c.b b.a c.c)

(c.b b.b a.a)	(c.b b.b b.a)	(c.b b.b c.a)
(c.b b.b a.b)	(c.b b.b b.b)	(c.b b.b c.b)
(c.b b.b a.c)	(c.b b.b b.c)	(c.b b.b c.c)

(c.b b.c a.a)	(c.b b.c b.a)	(c.b b.c c.a)
(c.b b.c a.b)	(c.b b.c b.b)	(c.b b.c c.b)
(c.b b.c a.c)	(c.b b.c b.c)	(c.b b.c c.c)

(c.b c.a a.a)	(c.b c.a b.a)	(c.b c.a c.a)
(c.b c.a a.b)	(c.b c.a b.b)	(c.b c.a c.b)
(c.b c.a a.c)	(c.b c.a b.c)	(c.b c.a c.c)

(c.b c.b a.a)	(c.b c.b b.a)	(c.b c.b c.a)
(c.b c.b a.b)	(c.b c.b b.b)	(c.b c.b c.b)
(c.b c.b a.c)	(c.b c.b b.c)	(c.b c.b c.c)

(c.b c.c a.a)	(c.b c.c b.a)	(c.b c.c c.a)
(c.b c.c a.b)	(c.b c.c b.b)	(c.b c.c c.b)
(c.b c.c a.c)	(c.b c.c b.c)	(c.b c.c c.c)

(c.c a.a a.a)	(c.c a.a b.a)	(c.c a.a c.a)
(c.c a.a a.b)	(c.c a.a b.b)	(c.c a.a c.b)
(c.c a.a a.c)	(c.c a.a b.c)	(c.c a.a c.c)

(c.c a.b a.a)	(c.c a.b b.a)	(c.c a.b c.a)
(c.c a.b a.b)	(c.c a.b b.b)	(c.c a.b c.b)
(c.c a.b a.c)	(c.c a.b b.c)	(c.c a.b c.c)

(c.c a.c a.a)	(c.c a.c b.a)	(c.c a.c c.a)
(c.c a.c a.b)	(c.c a.c b.b)	(c.c a.c c.b)
(c.c a.c a.c)	(c.c a.c b.c)	(c.c a.c c.c)
(c.c b.a a.a)	(c.c b.a b.a)	(c.c b.a c.a)
(c.c b.a a.b)	(c.c b.a b.b)	(c.c b.a c.b)
(c.c b.a a.c)	(c.c b.a b.c)	(c.c b.a c.c)
(c.c b.b a.a)	(c.c b.b b.a)	(c.c b.b c.a)
(c.c b.b a.b)	(c.c b.b b.b)	(c.c b.b c.b)
(c.c b.b a.c)	(c.c b.b b.c)	(c.c b.b c.c)
(c.c b.c a.a)	(c.c b.c b.a)	(c.c b.c c.a)
(c.c b.c a.b)	(c.c b.c b.b)	(c.c b.c c.b)
(c.c b.c a.c)	(c.c b.c b.c)	(c.c b.c c.c)
(c.c c.a a.a)	(c.c c.a b.a)	(c.c c.a c.a)
(c.c c.a a.b)	(c.c c.a b.b)	(c.c c.a c.b)
(c.c c.a a.c)	(c.c c.a b.c)	(c.c c.a c.c)
(c.c c.b a.a)	(c.c c.b b.a)	(c.c c.b c.a)
(c.c c.b a.b)	(c.c c.b b.b)	(c.c c.b c.b)
(c.c c.b a.c)	(c.c c.b b.c)	(c.c c.b c.c)
(c.c c.c a.a)	(c.c c.c b.a)	(c.c c.c c.a)
(c.c c.c a.b)	(c.c c.c b.b)	(c.c c.c c.b)
(c.c c.c a.c)	(c.c c.c b.c)	(c.c c.c c.c)

Aber selbst unter diesen 729 Relationen gibt es, da wir Relationen ja immer noch als ungeordnete Mengen definieren, Dubletten, denn, wie man sich anhand einer einfachen Überlegung überzeugt, kommen alle nicht-homogenen Relationen insgesamt dreimal vor, davon diejenigen Relationen, die aus nur zwei verschiedenen Hauptrelationen zusammengesetzt sind, als Permutationen sogar zweimal innerhalb eines 81er-Blocks:

(a.a a.a a.a)	(a.a a.a b.a)	(a.a a.a c.a)
(a.a a.a a.b)	(a.a a.a b.b)	(a.a a.a c.b)
(a.a a.a a.c)	(a.a a.a b.c)	(a.a a.a c.c)

(a.a a.b a.a)	(a.a a.b b.a)	(a.a a.b c.a)
(a.a a.b a.b)	(a.a a.b b.b)	(a.a a.b c.b)
(a.a a.b a.c)	(a.a a.b b.c)	(a.a a.b c.c)

(a.a a.c a.a)	(a.a a.c b.a)	(a.a a.c c.a)
(a.a a.c a.b)	(a.a a.c b.b)	(a.a a.c c.b)
(a.a a.c a.c)	(a.a a.c b.c)	(a.a a.c c.c)

(a.a b.a a.a)	(a.a b.a b.a)	(a.a b.a c.a)
(a.a b.a a.b)	(a.a b.a b.b)	(a.a b.a c.b)
(a.a b.a a.c)	(a.a b.a b.c)	(a.a b.a c.c)

(a.a b.b a.a)	(a.a b.b b.a)	(a.a b.b c.a)
(a.a b.b a.b)	(a.a b.b b.b)	(a.a b.b c.b)
(a.a b.b a.c)	(a.a b.b b.c)	(a.a b.b c.c)

(a.a b.c a.a)	(a.a b.c b.a)	(a.a b.c c.a)
(a.a b.c a.b)	(a.a b.c b.b)	(a.a b.c c.b)
(a.a b.c a.c)	(a.a b.c b.c)	(a.a b.c c.c)

(a.a c.a a.a)	(a.a c.a b.a)	(a.a c.a c.a)
(a.a c.a a.b)	(a.a c.a b.b)	(a.a c.a c.b)
(a.a c.a a.c)	(a.a c.a b.c)	(a.a c.a c.c)
(a.a c.b a.a)	(a.a c.b b.a)	(a.a c.b c.a)
(a.a c.b a.b)	(a.a c.b b.b)	(a.a c.b c.b)
(a.a c.b a.c)	(a.a c.b b.c)	(a.a c.b c.c)
(a.a c.c a.a)	(a.a c.c b.a)	(a.a c.c c.a)
(a.a c.c a.b)	(a.a c.c b.b)	(a.a c.c c.b)
(a.a c.c a.c)	(a.a c.c b.c)	(a.a c.c c.c)

Da also jede Relation genau 3mal auftritt, bekommen wir eine Menge von 243 Zeichenrelationen, bei denen die Forderung der paarweisen Verschiedenheit der Hauptrelationen aufgehoben ist. Da wir die Forderung 2., d.h. der Zuschreibung der semiotischen Fundamentalkategorien zu diesen Relationen nicht aufgehoben haben, stellt sich die Frage, welchen semiotischen Status diese 243 Zeichenrelationen haben. Denn Zeichenrelationen sind sie ja per definitionem, da ihre Relata als Zeichenfunktionen interpretiert werden. Unter diesen 243 Zeichenrelationen sind also 9 mal 27 Zeichenrelationen, die sich wie folgt aufteilen lassen:

1. Die 10 Zeichenklassen mit der semiotischen Inklusionsordnung:

Zkl = (a.b c.d e.f), ($a \leq b \leq c$), (a, b, c), paarweise verschieden und a, b, c $\in$ {M, O, I}

2. 17 Bedeutungsklassen im engeren Sinne (da die 10 Zkln eine Teilmenge der 27 Bedeutungsklassen sind), bei denen die semiotische Inklusionsordnung nicht gilt:

Bedkl = (a.b c.d e.f), (a < = > b < = > c), paarweise verschieden und a, b, c $\in$ {M, O, I}

3. 243 – 27 = 216 = 8 mal 27 Zeichenrelationen:

Zrel = (a.b c.d e.f), (a < = > b < = > c), nicht paarweise verschieden und a, b, c $\in$ {M, O, I}

Die dritte Gruppe umfasst also semiotisch gesehen solche Zeichenrelationen, die entweder nur aus homogenen Zeichenfunktionen bestehen, wie etwa (M.a M.b M.c) oder aus maximal zwei verschiedenen Zeichenfunktionen pro triadische Zeichenrelation wie etwa (O.a O.b I.c), d.h. es sind "Zeichen", die entweder keinen Mittel-, keinen Objekt- oder keinen Interpretantenbezug haben. Diese "Zeichen" widersprechen also zwar der Einführung einer triadischen Zeichenrelation im Sinne von Punkt 1. (paarweise Verschiedenheit der Relata), aber nicht im Sinne der Abbildung der Relata auf Fundamentalkategorien. Da nicht alle Fundamentalkateogorien in diesen Relationen vorhanden sind, sind es zwar keine Zeichen, aber da mindestens eine und höchstens zwei Fundamentalkategorien vorhanden sind, müssen sie trotzdem semiotische Relevanz haben, und zwar eine andere als die dyadischen Partialrelationen triadischer Relationen, denn bei diesen fehlt ja zwar ebenfalls jeweils eine Fundamentalkategorie, aber es sind immer zwei voneinander verschiedene vorhanden. Vielleicht können solche zwar formal, aber nicht inhaltlich "gesättigte" Zeichenrelationen als "Sinnklassen" bezeichnet werden, wobei dann mit der Filtrierung der 243 Sinnklassen zu 27 Bedeutungsklassen und der 27 Bedeutungsklassen zu 10 Zeichenklassen eine gewisse Hierarchie von semiotischen Oberflächen- und Tiefenstrukturen erreicht wird.

Abschliessend setzen wir, der inzwischen in der Semiotik üblichen Praxis entsprechend, für a = 1, b = 2 und c = 3 und geben das gesamte triadische semiotischen Universum in numerischer Form wieder, um es auf diese Weise auch für kategoriale und repräsentationstheoretische Berechnungen zugänglich zu machen. In der folgenden Übersicht werden die Bedeutungsklassen als Teilmengen der Sinnklassen in Quadrate gesetzt, die Zeichenklassen als Teilmengen der Bedeutungsklassen zusätzlich durch Unterstreichung gekennzeichnet.

(1.1 1.1 1.1) (1.1 1.1 2.1) (1.1 1.1 3.1)

(1.1 1.1 1.2) (1.1 1.1 2.2) (1.1 1.1 3.2)

(1.1 1.1 1.3) (1.1 1.1 2.3) (1.1 1.1 3.3)

(1.1 1.2 1.1) (1.1 1.2 2.1) (1.1 1.2 3.1)

(1.1 1.2 1.2) (1.1 1.2 2.2) (1.1 1.2 3.2)

(1.1 1.2 1.3) (1.1 1.2 2.3) (1.1 1.2 3.3)

(1.1 1.3 1.1) (1.1 1.3 2.1) (1.1 1.3 3.1)

(1.1 1.3 1.2) (1.1 1.3 2.2) (1.1 1.3 3.2)

(1.1 1.3 1.3)   (1.1 1.3 2.3)   (1.1 1.3 3.3)

(1.1 2.1 1.1)   (1.1 2.1 2.1)   (1.1 2.1 3.1)
(1.1 2.1 1.2)   (1.1 2.1 2.2)   (1.1 2.1 3.2)
(1.1 2.1 1.3)   (1.1 2.1 2.3)   (1.1 2.1 3.3)

(1.1 2.2 1.1)   (1.1 2.2 2.1)   (1.1 2.2 3.1)
(1.1 2.2 1.2)   (1.1 2.2 2.2)   (1.1 2.2 3.2)
(1.1 2.2 1.3)   (1.1 2.2 2.3)   (1.1 2.2 3.3)

(1.1 2.3 1.1)   (1.1 2.3 2.1)   (1.1 2.3 3.1)
(1.1 2.3 1.2)   (1.1 2.3 2.2)   (1.1 2.3 3.2)
(1.1 2.3 1.3)   (1.1 2.3 2.3)   (1.1 2.3 3.3)

(1.1 3.1 1.1)   (1.1 3.1 2.1)   (1.1 3.1 3.1)
(1.1 3.1 1.2)   (1.1 3.1 2.2)   (1.1 3.1 3.2)
(1.1 3.1 1.3)   (1.1 3.1 2.3)   (1.1 3.1 3.3)

(1.1 3.2 1.1)   (1.1 3.2 2.1)   (1.1 3.2 3.1)
(1.1 3.2 1.2)   (1.1 3.2 2.2)   (1.1 3.2 3.2)
(1.1 3.2 1.3)   (1.1 3.2 2.3)   (1.1 3.2 3.3)

(1.1 3.3 1.1)   (1.1 3.3 2.1)   (1.1 3.3 3.1)
(1.1 3.3 1.2)   (1.1 3.3 2.2)   (1.1 3.3 3.2)
(1.1 3.3 1.3)   (1.1 3.3 2.3)   (1.1 3.3 3.3)

(1.2 1.1 1.1)   (1.2 1.1 2.1)   (1.2 1.1 3.1)

(1.2 1.1 1.2) (1.2 1.1 2.2) (1.2 1.1 3.2)
(1.2 1.1 1.3) (1.2 1.1 2.3) (1.2 1.1 3.3)

(1.2 1.2 1.1) (1.2 1.2 2.1) (1.2 1.2 3.1)
(1.2 1.2 1.2) (1.2 1.2 2.2) (1.2 1.2 3.2)
(1.2 1.2 1.3) (1.2 1.2 2.3) (1.2 1.2 3.3)

(1.2 1.3 1.1) (1.2 1.3 2.1) (1.2 1.3 3.1)
(1.2 1.3 1.2) (1.2 1.3 2.2) (1.2 1.3 3.2)
(1.2 1.3 1.3) (1.2 1.3 2.3) (1.2 1.3 3.3)

(1.2 2.1 1.1) (1.2 2.1 2.1) (1.2 2.1 3.1)
(1.2 2.1 1.2) (1.2 2.1 2.2) (1.2 2.1 3.2)
(1.2 2.1 1.3) (1.2 2.1 2.3) (1.2 2.1 3.3)

(1.2 2.2 1.1) (1.2 2.2 2.1) (1.2 2.2 3.1)
(1.2 2.2 1.2) (1.2 2.2 2.2) (1.2 2.2 3.2)
(1.2 2.2 1.3) (1.2 2.2 2.3) (1.2 2.2 3.3)

(1.2 2.3 1.1) (1.2 2.3 2.1) (1.2 2.3 3.1)
(1.2 2.3 1.2) (1.2 2.3 2.2) (1.2 2.3 3.2)
(1.2 2.3 1.3) (1.2 2.3 2.3) (1.2 2.3 3.3)

(1.2 3.1 1.1)	(1.2 3.1 2.1)	(1.2 3.1 3.1)
(1.2 3.1 1.2)	(1.2 3.1 2.2)	(1.2 3.1 3.2)
(1.2 3.1 1.3)	(1.2 3.1 2.3)	(1.2 3.1 3.3)
(1.2 3.2 1.1)	(1.2 3.2 2.1)	(1.2 3.2 3.1)
(1.2 3.2 1.2)	(1.2 3.2 2.2)	(1.2 3.2 3.2)
(1.2 3.2 1.3)	(1.2 3.2 2.3)	(1.2 3.2 3.3)
(1.2 3.3 1.1)	(1.2 3.3 2.1)	(1.2 3.3 3.1)
(1.2 3.3 1.2)	(1.2 3.3 2.2)	(1.2 3.3 3.2)
(1.2 3.3 1.3)	(1.2 3.3 2.3)	(1.2 3.3 3.3)

(1.3 1.1 1.1)	(1.3 1.1 2.1)	(1.3 1.1 3.1)
(1.3 1.1 1.2)	(1.3 1.1 2.2)	(1.3 1.1 3.2)
(1.3 1.1 1.3)	(1.3 1.1 2.3)	(1.3 1.1 3.3)
(1.3 1.2 1.1)	(1.3 1.2 2.1)	(1.3 1.2 3.1)
(1.3 1.2 1.2)	(1.3 1.2 2.2)	(1.3 1.2 3.2)
(1.3 1.2 1.3)	(1.3 1.2 2.3)	(1.3 1.2 3.3)
(1.3 1.3 1.1)	(1.3 1.3 2.1)	(1.3 1.3 3.1)
(1.3 1.3 1.2)	(1.3 1.3 2.2)	(1.3 1.3 3.2)
(1.3 1.3 1.3)	(1.3 1.3 2.3)	(1.3 1.3 3.3)

(1.3 2.1 1.1)	(1.3 2.1 2.1)	(1.3 2.1 3.1)
(1.3 2.1 1.2)	(1.3 2.1 2.2)	(1.3 2.1 3.2)
(1.3 2.1 1.3)	(1.3 2.1 2.3)	(1.3 2.1 3.3)
(1.3 2.2 1.1)	(1.3 2.2 2.1)	(1.3 2.2 3.1)
(1.3 2.2 1.2)	(1.3 2.2 2.2)	(1.3 2.2 3.2)
(1.3 2.2 1.3)	(1.3 2.2 2.3)	(1.3 2.2 3.3)
(1.3 2.3 1.1)	(1.3 2.3 2.1)	(1.3 2.3 3.1)
(1.3 2.3 1.2)	(1.3 2.3 2.2)	(1.3 2.3 3.2)
(1.3 2.3 1.3)	(1.3 2.3 2.3)	(1.3 2.3 3.3)
(1.3 3.1 1.1)	(1.3 3.1 2.1)	(1.3 3.1 3.1)
(1.3 3.1 1.2)	(1.3 3.1 2.2)	(1.3 3.1 3.2)
(1.3 3.1 1.3)	(1.3 3.1 2.3)	(1.3 3.1 3.3)
(1.3 3.2 1.1)	(1.3 3.2 2.1)	(1.3 3.2 3.1)
(1.3 3.2 1.2)	(1.3 3.2 2.2)	(1.3 3.2 3.2)
(1.3 3.2 1.3)	(1.3 3.2 2.3)	(1.3 3.2 3.3)
(1.3 3.3 1.1)	(1.3 3.3 2.1)	(1.3 3.3 3.1)
(1.3 3.3 1.2)	(1.3 3.3 2.2)	(1.3 3.3 3.2)
(1.3 3.3 1.3)	(1.3 3.3 2.3)	(1.3 3.3 3.3)

(2.1 1.1 1.1)	(2.1 1.1 2.1)	(2.1 1.1 3.1)
(2.1 1.1 1.2)	(2.1 1.1 2.2)	(2.1 1.1 3.2)
(2.1 1.1 1.3)	(2.1 1.1 2.3)	(2.1 1.1 3.3)

(2.1 1.2 1.1)	(2.1 1.2 2.1)	(2.1 1.2 3.1)
(2.1 1.2 1.2)	(2.1 1.2 2.2)	(2.1 1.2 3.2)
(2.1 1.2 1.3)	(2.1 1.2 2.3)	(2.1 1.2 3.3)

(2.1 1.3 1.1)	(2.1 1.3 2.1)	(2.1 1.3 3.1)
(2.1 1.3 1.2)	(2.1 1.3 2.2)	(2.1 1.3 3.2)
(2.1 1.3 1.3)	(2.1 1.3 2.3)	(2.1 1.3 3.3)

(2.1 2.1 1.1)	(2.1 2.1 2.1)	(2.1 2.1 3.1)
(2.1 2.1 1.2)	(2.1 2.1 2.2)	(2.1 2.1 3.2)
(2.1 2.1 1.3)	(2.1 2.1 2.3)	(2.1 2.1 3.3)

(2.1 2.2 1.1)	(2.1 2.2 2.1)	(2.1 2.2 3.1)
(2.1 2.2 1.2)	(2.1 2.2 2.2)	(2.1 2.2 3.2)
(2.1 2.2 1.3)	(2.1 2.2 2.3)	(2.1 2.2 3.3)

(2.1 2.3 1.1)	(2.1 2.3 2.1)	(2.1 2.3 3.1)
(2.1 2.3 1.2)	(2.1 2.3 2.2)	(2.1 2.3 3.2)
(2.1 2.3 1.3)	(2.1 2.3 2.3)	(2.1 2.3 3.3)

(2.1 3.1 1.1)	(2.1 3.1 2.1)	(2.1 3.1 3.1)
(2.1 3.1 1.2)	(2.1 3.1 2.2)	(2.1 3.1 3.2)
(2.1 3.1 1.3)	(2.1 3.1 2.3)	(2.1 3.1 3.3)
(2.1 3.2 1.1)	(2.1 3.2 2.1)	(2.1 3.2 3.1)
(2.1 3.2 1.2)	(2.1 3.2 2.2)	(2.1 3.2 3.2)
(2.1 3.2 1.3)	(2.1 3.2 2.3)	(2.1 3.2 3.3)
(2.1 3.3 1.1)	(2.1 3.3 2.1)	(2.1 3.3 3.1)
(2.1 3.3 1.2)	(2.1 3.3 2.2)	(2.1 3.3 3.2)
(2.1 3.3 1.3)	(2.1 3.3 2.3)	(2.1 3.3 3.3)

(2.2 1.1 1.1)	(2.2 1.1 2.1)	(2.2 1.1 3.1)
(2.2 1.1 1.2)	(2.2 1.1 2.2)	(2.2 1.1 3.2)
(2.2 1.1 1.3)	(2.2 1.1 2.3)	(2.2 1.1 3.3)
(2.2 1.2 1.1)	(2.2 1.2 2.1)	(2.2 1.2 3.1)
(2.2 1.2 1.2)	(2.2 1.2 2.2)	(2.2 1.2 3.2)
(2.2 1.2 1.3)	(2.2 1.2 2.3)	(2.2 1.2 3.3)
(2.2 1.3 1.1)	(2.2 1.3 2.1)	(2.2 1.3 3.1)
(2.2 1.3 1.2)	(2.2 1.3 2.2)	(2.2 1.3 3.2)
(2.2 1.3 1.3)	(2.2 1.3 2.3)	(2.2 1.3 3.3)

(2.2 2.1 1.1)	(2.2 2.1 2.1)	(2.2 2.1 3.1)
(2.2 2.1 1.2)	(2.2 2.1 2.2)	(2.2 2.1 3.2)
(2.2 2.1 1.3)	(1.1 2.1 2.3)	(2.2 2.1 3.3)

(2.2 2.2 1.1)	(2.2 2.2 2.1)	(2.2 2.2 3.1)
(2.2 2.2 1.2)	(2.2 2.2 2.2)	(2.2 2.2 3.2)
(2.2 2.2 1.3)	(2.2 2.2 2.3)	(2.2 2.2 3.3)

(2.2 2.3 1.1)	(2.2 2.3 2.1)	(2.2 2.3 3.1)
(2.2 2.3 1.2)	(2.2 2.3 2.2)	(2.2 2.3 3.2)
(2.2 2.3 1.3)	(2.2 2.3 2.3)	(2.2 2.3 3.3)

(2.2 3.1 1.1)	(2.2 3.1 2.1)	(2.2 3.1 3.1)
(2.2 3.1 1.2)	(2.2 3.1 2.2)	(2.2 3.1 3.2)
(2.2 3.1 1.3)	(2.2 3.1 2.3)	(2.2 3.1 3.3)

(2.2 3.2 1.1)	(2.2 3.2 2.1)	(2.2 3.2 3.1)
(2.2 3.2 1.2)	(2.2 3.2 2.2)	(2.2 3.2 3.2)
(2.2 3.2 1.3)	(2.2 3.2 2.3)	(2.2 3.2 3.3)

(2.2 3.3 1.1)	(2.2 3.3 2.1)	(2.2 3.3 3.1)
(2.2 3.3 1.2)	(2.2 3.3 2.2)	(2.2 3.3 3.2)
(2.2 3.3 1.3)	(2.2 3.3 2.3)	(2.2 3.3 3.3)

(2.3 1.1 1.1)	(2.3 1.1 2.1)	(2.3 1.1 3.1)
(2.3 1.1 1.2)	(2.3 1.1 2.2)	(2.3 1.1 3.2)
(2.3 1.1 1.3)	(2.3 1.1 2.3)	(2.3 1.1 3.3)

(2.3 1.2 1.1)	(2.3 1.2 2.1)	(2.3 1.2 3.1)
(2.3 1.2 1.2)	(2.3 1.2 2.2)	(2.3 1.2 3.2)
(2.3 1.2 1.3)	(2.3 1.2 2.3)	(2.3 1.2 3.3)

(2.3 1.3 1.1)	(2.3 1.3 2.1)	(2.3 1.3 3.1)
(2.3 1.3 1.2)	(2.3 1.3 2.2)	(2.3 1.3 3.2)
(2.3 1.3 1.3)	(2.3 1.3 2.3)	(2.3 1.3 3.3)

(2.3 2.1 1.1)	(2.3 2.1 2.1)	(2.3 2.1 3.1)
(2.3 2.1 1.2)	(2.3 2.1 2.2)	(2.3 2.1 3.2)
(2.3 2.1 1.3)	(2.3 2.1 2.3)	(2.3 2.1 3.3)

(2.3 2.2 1.1)	(2.3 2.2 2.1)	(2.3 2.2 3.1)
(2.3 2.2 1.2)	(2.3 2.2 2.2)	(2.3 2.2 3.2)
(2.3 2.2 1.3)	(2.3 2.2 2.3)	(2.3 2.2 3.3)

(2.3 2.3 1.1)	(2.3 2.3 2.1)	(2.3 2.3 3.1)
(2.3 2.3 1.2)	(2.3 2.3 2.2)	(2.3 2.3 3.2)
(2.3 2.3 1.3)	(2.3 2.3 2.3)	(2.3 2.3 3.3)

(2.3 3.1 1.1)	(2.3 3.1 2.1)	(2.3 3.1 3.1)
(2.3 3.1 1.2)	(2.3 3.1 2.2)	(2.3 3.1 3.2)
(2.3 3.1 1.3)	(2.3 3.1 2.3)	(2.3 3.1 3.3)

(2.3 3.2 1.1)	(2.3 3.2 2.1)	(2.3 3.2 3.1)
(2.3 3.2 1.2)	(2.3 3.2 2.2)	(2.3 3.2 3.2)
(2.3 3.2 1.3)	(2.3 3.2 2.3)	(2.3 3.2 3.3)

(2.3 3.3 1.1)	(2.3 3.3 2.1)	(2.3 3.3 3.1)
(2.3 3.3 1.2)	(2.3 3.3 2.2)	(2.3 3.3 3.2)
(2.3 3.3 1.3)	(2.3 3.3 2.3)	(2.3 3.3 3.3)

(3.1 1.1 1.1)	(3.1 1.1 2.1)	(3.1 1.1 3.1)
(3.1 1.1 1.2)	(3.1 1.1 2.2)	(3.1 1.1 3.2)
(3.1 1.1 1.3)	(3.1 1.1 2.3)	(3.1 1.1 3.3)
(3.1 1.2 1.1)	(3.1 1.2 2.1)	(3.1 1.2 3.1)
(3.1 1.2 1.2)	(3.1 1.2 2.2)	(3.1 1.2 3.2)
(3.1 1.2 1.3)	(3.1 1.2 2.3)	(3.1 1.2 3.3)
(3.1 1.3 1.1)	(3.1 1.3 2.1)	(3.1 1.3 3.1)
(3.1 1.3 1.2)	(3.1 1.3 2.2)	(3.1 1.3 3.2)
(3.1 1.3 1.3)	(3.1 1.3 2.3)	(3.1 1.3 3.3)
(3.1 2.1 1.1)	(3.1 2.1 2.1)	(3.1 2.1 3.1)
(3.1 2.1 1.2)	(3.1 2.1 2.2)	(3.1 2.1 3.2)
(3.1 2.1 1.3)	(3.1 2.1 2.3)	(3.1 2.1 3.3)
(3.1 2.2 1.1)	(3.1 2.2 2.1)	(3.1 2.2 3.1)
(3.1 2.2 1.2)	(3.1 2.2 2.2)	(3.1 2.2 3.2)
(3.1 2.2 1.3)	(3.1 2.2 2.3)	(3.1 2.2 3.3)
(3.1 2.3 1.1)	(3.1 2.3 2.1)	(3.1 2.3 3.1)
(3.1 2.3 1.2)	(3.1 2.3 2.2)	(3.1 2.3 3.2)
(3.1 2.3 1.3)	(3.1 2.3 2.3)	(3.1 2.3 3.3)

(3.1 3.1 1.1)	(3.1 3.1 2.1)	(3.1 3.1 3.1)
(3.1 3.1 1.2)	(3.1 3.1 2.2)	(3.1 3.1 3.2)
(3.1 3.1 1.3)	(3.1 3.1 2.3)	(3.1 3.1 3.3)

(3.1 3.2 1.1)	(3.1 3.2 2.1)	(3.1 3.2 3.1)
(3.1 3.2 1.2)	(3.1 3.2 2.2)	(3.1 3.2 3.2)
(3.1 3.2 1.3)	(3.1 3.2 2.3)	(3.1 3.2 3.3)

(3.1 3.3 1.1)	(3.1 3.3 2.1)	(3.1 3.3 3.1)
(3.1 3.3 1.2)	(3.1 3.3 2.2)	(3.1 3.3 3.2)
(3.1 3.3 1.3)	(3.1 3.3 2.3)	(3.1 3.3 3.3)

(3.2 1.1 1.1)	(3.2 1.1 2.1)	(3.2 1.1 3.1)
(3.2 1.1 1.2)	(3.2 1.1 2.2)	(3.2 1.1 3.2)
(3.2 1.1 1.3)	(3.2 1.1 2.3)	(3.2 1.1 3.3)

(3.2 1.2 1.1)	(3.2 1.2 2.1)	(3.2 1.2 3.1)
(3.2 1.2 1.2)	(3.2 1.2 2.2)	(3.2 1.2 3.2)
(3.2 1.2 1.3)	(3.2 1.2 2.3)	(3.2 1.2 3.3)

(3.2 1.3 1.1)	(3.2 1.3 2.1)	(3.2 1.3 3.1)
(3.2 1.3 1.2)	(3.2 1.3 2.2)	(3.2 1.3 3.2)
(3.2 1.3 1.3)	(3.2 1.3 2.3)	(3.2 1.3 3.3)

(3.2 2.1 1.1) (3.2 2.1 2.1) (3.2 2.1 3.1)
(3.2 2.1 1.2) (3.2 2.1 2.2) (3.2 2.1 3.2)
(3.2 2.1 1.3) (3.2 2.1 2.3) (3.2 2.1 3.3)

(3.2 2.2 1.1) (3.2 2.2 2.1) (3.2 2.2 3.1)
(3.2 2.2 1.2) (3.2 2.2 2.2) (3.2 2.2 3.2)
(3.2 2.2 1.3) (3.2 2.2 2.3) (3.2 2.2 3.3)

(3.2 2.3 1.1) (3.2 2.3 2.1) (3.2 2.3 3.1)
(3.2 2.3 1.2) (3.2 2.3 2.2) (3.2 2.3 3.2)
(3.2 2.3 1.3) (3.2 2.3 2.3) (3.2 2.3 3.3)

(3.2 3.1 1.1) (3.2 3.1 2.1) (3.2 3.1 3.1)
(3.2 3.1 1.2) (3.2 3.1 2.2) (3.2 3.1 3.2)
(3.2 3.1 1.3) (3.2 3.1 2.3) (3.2 3.1 3.3)

(3.2 3.2 1.1) (3.2 3.2 2.1) (3.2 3.2 3.1)
(3.2 3.2 1.2) (3.2 3.2 2.2) (3.2 3.2 3.2)
(3.2 3.2 1.3) (3.2 3.2 2.3) (3.2 3.2 3.3)

(3.2 3.3 1.1) (3.2 3.3 2.1) (3.2 3.3 3.1)
(3.2 3.3 1.2) (3.2 3.3 2.2) (3.2 3.3 3.2)
(3.2 3.3 1.3) (3.2 3.3 2.3) (3.2 3.3 3.3)

(3.3 1.1 1.1)	(3.3 1.1 2.1)	(3.3 1.1 3.1)
(3.3 1.1 1.2)	(3.3 1.1 2.2)	(3.3 1.1 3.2)
(3.3 1.1 1.3)	(3.3 1.1 2.3)	(3.3 1.1 3.3)
(3.3 1.2 1.1)	(3.3 1.2 2.1)	(3.3 1.2 3.1)
(3.3 1.2 1.2)	(3.3 1.2 2.2)	(3.3 1.2 3.2)
(3.3 1.2 1.3)	(3.3 1.2 2.3)	(3.3 1.2 3.3)
(3.3 1.3 1.1)	(3.3 1.3 2.1)	(3.3 1.3 3.1)
(3.3 1.3 1.2)	(3.3 1.3 2.2)	(3.3 1.3 3.2)
(3.3 1.3 1.3)	(3.3 1.3 2.3)	(3.3 1.3 3.3)
(3.3 2.1 1.1)	(3.3 2.1 2.1)	(3.3 2.1 3.1)
(3.3 2.1 1.2)	(3.3 2.1 2.2)	(3.3 2.1 3.2)
(3.3 2.1 1.3)	(3.3 2.1 2.3)	(3.3 2.1 3.3)
(3.3 2.2 1.1)	(3.3 2.2 2.1)	(3.3 2.2 3.1)
(3.3 2.2 1.2)	(3.3 2.2 2.2)	(3.3 2.2 3.2)
(3.3 2.2 1.3)	(3.3 2.2 2.3)	(3.3 2.2 3.3)
(3.3 2.3 1.1)	(3.3 2.3 2.1)	(3.3 2.3 3.1)
(3.3 2.3 1.2)	(3.3 2.3 2.2)	(3.3 2.3 3.2)
(3.3 2.3 1.3)	(3.3 2.3 2.3)	(3.3 2.3 3.3)
(3.3 3.1 1.1)	(3.3 3.1 2.1)	(3.3 3.1 3.1)
(3.3 3.1 1.2)	(3.3 3.1 2.2)	(3.3 3.1 3.2)

(3.3 3.1 1.3) (3.3 3.1 2.3) (3.3 3.1 3.3)

(3.3 3.2 1.1) (3.3 3.2 2.1) (3.3 3.2 3.1)

(3.3 3.2 1.2) (3.3 3.2 2.2) (3.3 3.2 3.2)

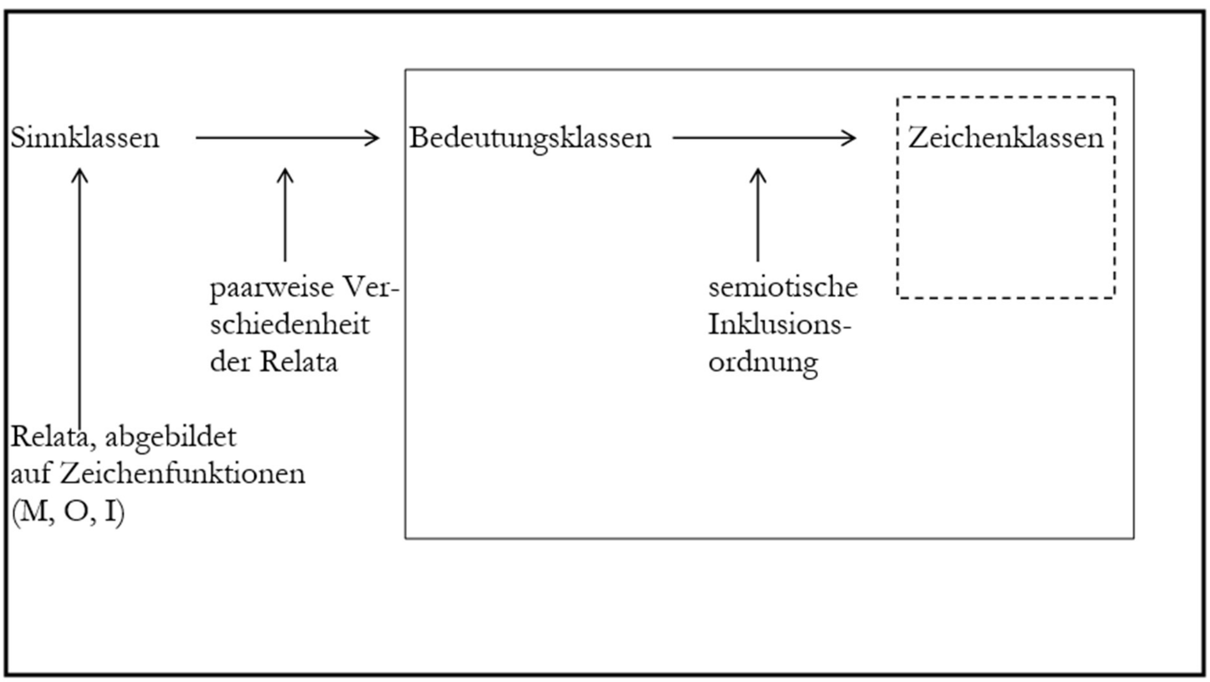
(3.3 3.2 1.3) (3.3 3.2 2.3) (3.3 3.2 3.3)

(3.3 3.3 1.1) (3.3 3.3 2.1) (3.3 3.3 3.1)

(3.3 3.3 1.2) (3.3 3.3 2.2) (3.3 3.3 3.2)

(3.3 3.3 1.3) (3.3 3.3 2.3) (3.3 3.3 3.3)

Sobald man also auf eine triadische Relation R(a, b, c) Zeichenfunktionen auf die Relata a, b, c abbildet, bekommt man ein semiotisches Universum aus 9 mal 27 = 243 Zeichenrelationen, von denen allerdings nur 27 Bedeutungsklassen und von denen wiederum sogar nur 10 Zeichenklassen sind. Man kann dies in dem folgenden kleinen Schema zusammenfassen:



Bibliographie

Toth, Alfred, Peircezahlen und Protozahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Das diskriminantensymmetrische Dualitätssystem. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009b

Toth, Alfred, Zu einer Realitätentheorie der semiotischen Bedeutungsklassen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009c

Toth, Alfred, Semiotische Mediation bei Bedeutungsklassen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009d

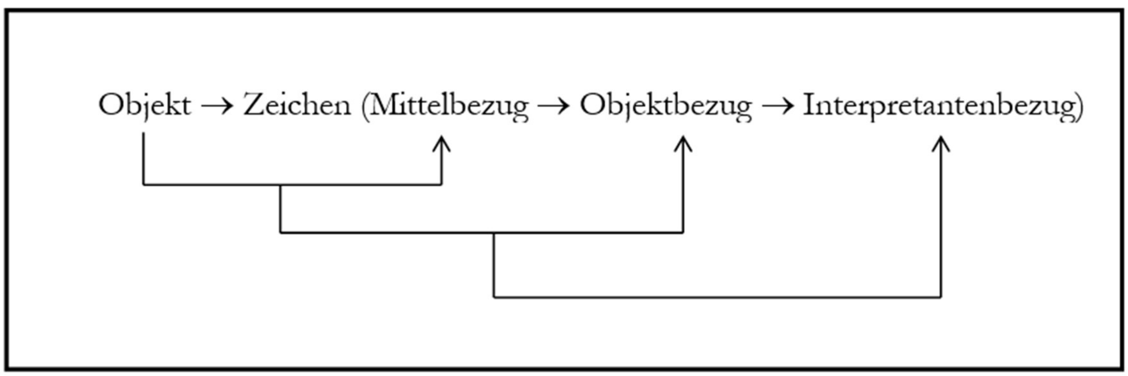
Toth, Alfred, Affine Bedeutungsklassen und das semiotische Faltungsintegral. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009e

Toth, Alfred, Semiotische Verbindungen von Bedeutungsklassen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009f

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Die Entstehung von Zeichen aus Sinn

1. Die übliche und bisher einzige Theorie zur Entstehung von Zeichen, der sog. Semiose, geht mit Bense (1967, S. 9) davon aus, dass Objekte qua Meta-Objekte zum Zeichen erklärt werden. Dabei wird also ein Objekt durch einen Zeichenträger oder Mittelbezug substituiert, das seinerzeit die Referenz oder Bezeichnungsfunktion zu diesem Objekt qua Objektbezug etabliert, über welchem der zeichensetzende (thetische) Interpretant einen Bedeutungskonnex stiftet. Wie man erkennt, sieht hier die Abfolge der Semiose wie folgt aus:



Vgl. dazu Toth (2008a, S. 166 ff., 2008b, Bd. 2, S. 196 ff.). Der inverse Vorgang ist die sog. semiotische Katastrophe oder der Zerfall der Zeichen in ihre Objekte (vgl. Toth 2008c, S. 9 ff.). Allerdings ist es, wie in dieser Arbeit gezeigt werden soll, auch möglich, Zeichen vom Sinn oder der Bedeutungsfunktion via Bezeichnungsfunktion her "herauszufiltern". Ausgangsbasis ist die Idee, dass die 10 Peirceschen Zeichenklassen eine Teilmenge der $3^3 = 27$ möglichen triadischen Relationen sind, die aus den drei Fundamentalkategorien als Relata durch via cartesische Produkte hergestellte Partialrelationen erzeugt werden können (vgl. Toth 2009a, b, c). Wie in Toth (2009d) gezeigt wurde, sind auch die 27 Zeichenrelationen, die nach Walther (1979, S. 80) als Bedeutungsfunktionen aufgefasst werden, eine Teilmenge der 243 möglichen Sinnklassen. Beim konversen Übergang von den Zeichenklassen zu den Bedeutungsklassen wird das Prinzip der semiotischen Inklusion aufgehoben, so dass es also nicht nur Zeichenklassen der Form

(3.a 2.b 1.c) mit $a \leq b \leq c$,

sondern auch solche mit den Ordnungen $a = b = c$, $a < b < c$, $a > b > c$ sowie Mischformen gibt. Beim konversen Üebrgang von den Bedeutungsklassen zu den Sinnklassen wird zusätzlich die Forderung der Triadizität, d.h. der paarweisen Verschiedenheit der Relata bzw. Fundamentalkategorien aufgehoben, so dass wir also Zeichenrelationen der Form (a.b c.d e.f) mit a, b, c, d, e, f ∈ {1, 2, 3}

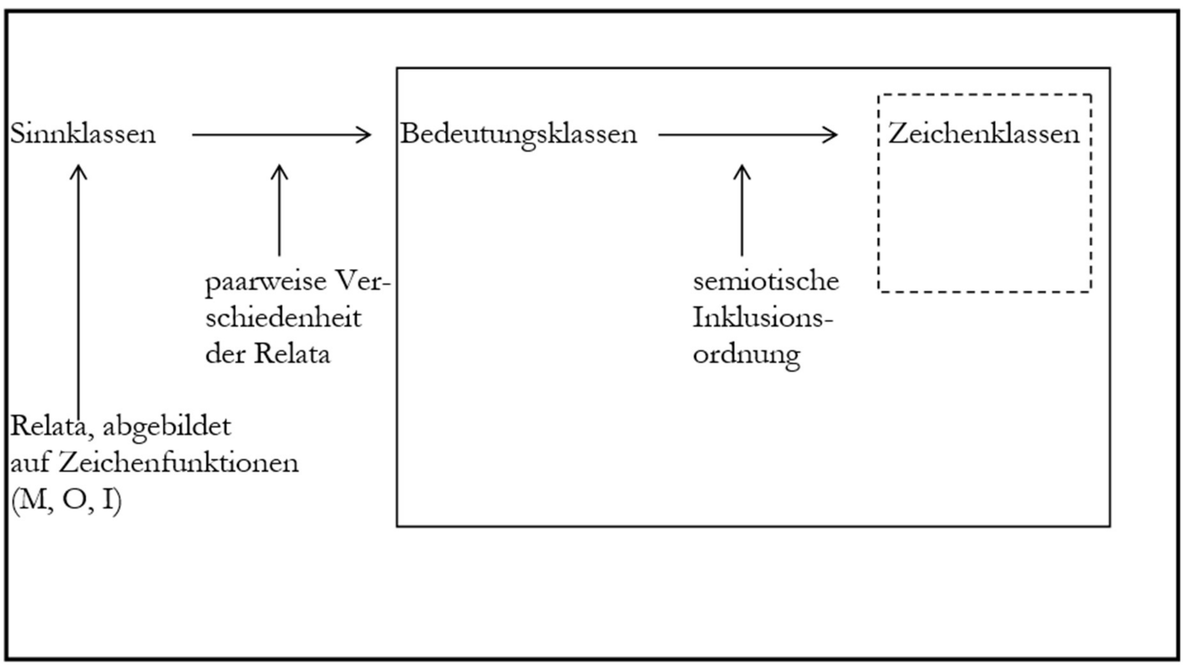
bekommen. Am Ausgangspunkt dieser neben der Meta-Objekt-Bildung zweiten Art von Semiose, die man "Filterungs-Semiose" nennen könnte, steht also eine abstrakte semiotische triadische Relation der Form

R(a, b, c),

die sich von der entsprechenden logischen triadischen Relation einzig dadurch entscheidet, dass hier die drei Relata auf die drei Peirceschen Fundamentalkategorien abgebildet werden:

(a, b, c) → (M, O, I) bzw. (a, b, c) → (.1., .2., .3.).

Man kann diese zweite Möglichkeit der Entstehung von Zeichen in dem folgenden Schema aus Toth (2009d) darstellen:



In dieser Arbeit sollen also die Filterungsprozesse zwischen

Sinnklassen → Bedeutungsklassen

sowie zwischen

Bedeutungsklassen → Zeichenklassen

skizziert werden.

2. Eine triadische Relation

R(a, b, c),

als deren logisches Modell etwa die Valenz des Verbums “schenken” gelten kann, wobei a der Schenkende, b das Geschenk und c der Beschenkte sei, stellt als solche noch keine semiotische Relation dar, aber sie kann als solche interpretiert werden. **Daher kann prinzipiell jede triadische Relation zur Zeichenrelation erklärt werden** wie prinzipiell jedes beliebige Etwas zum Zeichenerklärt werden kann (Bense 1967, S. 9).

Durch die Abbildung der drei logischen Relata auf die drei semiotischen Fundamentalkategorien

(a, b, c) $\rightarrow$ (M, O, I) bzw. (.1., .2., .3.)

können 3^9 = 19’683 triadische semiotische Relationen gebildet werden, wobei der Exponent die Anzahl der aus den Fundamentalkategorien durch cartesische Produktbildung entstandenen dyadischen Partialrelationen bezeichnet.

Wenn wir von der homogenen triadischen Relation

((a.a), (a.a), (a.a))

ausgehen und anstelle der drei Partialrelationen systematisch die neun dyadischen Partialrelationen

(a.a), (a.b), (a.c)

(b.a), (b.b), (b.c)

(c.a), (c.b), (c.c)

einsetzen, bekommen wir 9 Blöcke zu 81 triadischen Relationen, welche jedoch zahlreiche Redundanzen enthalten:

(a.a a.a a.a)	(a.a a.a b.a)	(a.a a.a c.a)
(a.a a.a a.b)	(a.a a.a b.b)	(a.a a.a c.b)
(a.a a.a a.c)	(a.a a.a b.c)	(a.a a.a c.c)
(a.a a.b a.a)	(a.a a.b b.a)	(a.a a.b c.a)
(a.a a.b a.b)	(a.a a.b b.b)	(a.a a.b c.b)
(a.a a.b a.c)	(a.a a.b b.c)	(a.a a.b c.c)

(a.a b.a a.a)	(a.a b.a b.a)	(a.a b.a c.a)
(a.a b.a a.b)	(a.a b.a b.b)	(a.a b.a c.b)
(a.a b.a a.c)	(a.a b.a b.c)	(a.a b.a c.c)
(a.a b.b a.a)	(a.a b.b b.a)	(a.a b.b c.a)
(a.a b.b a.b)	(a.a b.b b.b)	(a.a b.b c.b)
(a.a b.b a.c)	(a.a b.b b.c)	(a.a b.b c.c)
(a.a b.c a.a)	(a.a b.c b.a)	(a.a b.c c.a)
(a.a b.c a.b)	(a.a b.c b.b)	(a.a b.c c.b)
(a.a b.c a.c)	(a.a b.c b.c)	(a.a b.c c.c)
(a.a c.a a.a)	(a.a c.a b.a)	(a.a c.a c.a)
(a.a c.a a.b)	(a.a c.a b.b)	(a.a c.a c.b)
(a.a c.a a.c)	(a.a c.a b.c)	(a.a c.a c.c)
(a.a c.b a.a)	(a.a c.b b.a)	(a.a c.b c.a)
(a.a c.b a.b)	(a.a c.b b.b)	(a.a c.b c.b)
(a.a c.b a.c)	(a.a c.b b.c)	(a.a c.b c.c)
(a.a c.c a.a)	(a.a c.c b.a)	(a.a c.c c.a)
(a.a c.c a.b)	(a.a c.c b.b)	(a.a c.c c.b)
(a.a c.c a.c)	(a.a c.c b.c)	(a.a c.c c.c)

so dass sich also 9 reduzierte Blöcke zu 54 triadischen Relationen ergeben

(a.a a.a a.a)	(a.a a.a b.a)	(a.a a.a c.a)
(a.a a.a a.b)	(a.a a.a b.b)	(a.a a.a c.b)
(a.a a.a a.c)	(a.a a.a b.c)	(a.a a.a c.c)
(a.a a.b a.a)	(a.a a.b b.a)	(a.a a.b c.a)
(a.a a.b a.b)	(a.a a.b b.b)	(a.a a.b c.b)
(a.a a.b a.c)	(a.a a.b b.c)	(a.a a.b c.c)
(a.a a.c a.a)	(a.a a.c b.a)	(a.a a.c c.a)
(a.a a.c a.b)	(a.a a.c b.b)	(a.a a.c c.b)

(a.a a.c a.c) (a.a a.c b.c) (a.a a.c c.c)

(a.a. b.c b.c) (a.a b.a c.a)
(a.a b.a b.b) (a.a b.a c.b)
(a.a b.a b.c) (a.a b.a c.c)

(a.a b.b b.a) (a.a b.b c.a)
(a.a b.b b.b) (a.a b.b c.b)
(a.a b.b b.c) (a.a b.b c.c)

(a.a b.c b.a) (a.a b.c c.a)
(a.a b.c b.b) (a.a b.c c.b)
(a.a b.c b.c) (a.a b.c c.c)

(a.a c.a c.a)
(a.a c.a c.b)
(a.a c.a c.c)

(a.a c.b c.a)
(a.a c.b c.b)
(a.a c.b c.c)

(a.a c.c c.a)
(a.a c.c c.b)
(a.a c.c c.c)

Wie in Toth (2009d) gezeigt wurde, tritt jedoch jede triadische Relationen in den 9 Blöcken nicht nur doppelt, sondern dreifach (entsprechend ihrer triadischen Struktur) auf, so dass sich die ursprünglich 81 semiotischen Relationen pro Block auf 27 verringern. Am Ende erhalten wir also statt 9 mal 81 = 729 nur 9 mal 27 = 243 semiotische Relationen, die in Toth (2009d) als **Sinnklassen** bezeichnet wurden. Die obige Darstellung gibt also genau die möglichen Typen von Sinnklassen an, die man erhält, wenn man zwischen ((a.a), (a.a), (a.a)) und ((c.c), (c.c), (c.c)) alle 9 dyadischen Partialrelationen einsetzt und miteinander kombiniert.

3. Sinnklassen enthalten semiotische Relationen der folgenden möglichen Belegungsstrukturen:

(a, a, a)

(a, a, b)

(a, b, c),

wobei a, b $\in$ {M, O, I} bzw. {.1., .2., .3.}, d.h. solche, bei denen nur eine, nur zwei oder alle drei Fundamentalkategorien auftreten. Bei der Abbildung von Sinnklassen auf **Bedeutungsklassen** wird nun die paarweise Verschiedenheit von a, b, c gefordert:

$a \neq b \neq c$,

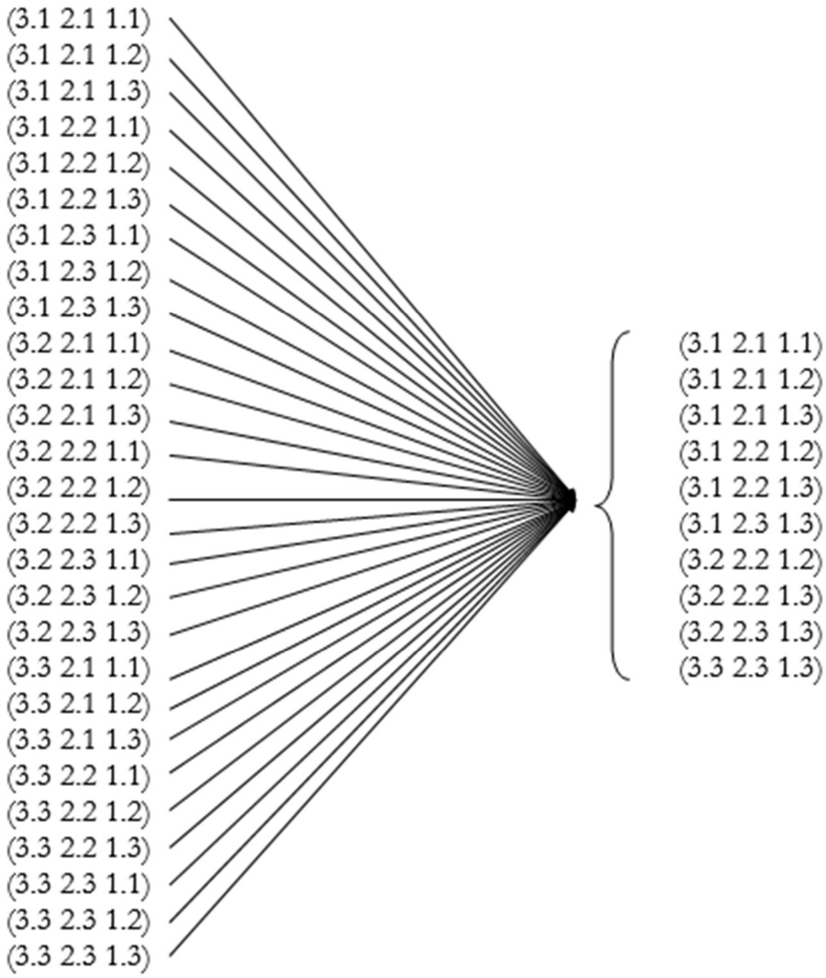
d.h. die zwei Belegungsstrukturen (a, a, a) und (a, a, b) fallen weg. Wir können diese Filterung können wir folgt veranschaulichen:

(a.a a.a a.a)	(a.a a.a b.a)	(a.a a.a c.a)	
(a.a a.a a.b)	(a.a a.a b.b)	(a.a a.a c.b)	
(a.a a.a a.c)	(a.a a.a b.c)	(a.a a.a c.c)	
(a.a a.b a.a)	(a.a a.b b.a)	(a.a a.b c.a)	
(a.a a.b a.b)	(a.a a.b b.b)	(a.a a.b c.b)	
(a.a a.b a.c)	(a.a a.b b.c)	(a.a a.b c.c)	
(a.a a.c a.a)	(a.a a.c b.a)	(a.a a.c c.a)	
(a.a a.c a.b)	(a.a a.c b.b)	(a.a a.c c.b)	
(a.a a.c a.c)	(a.a a.c b.c)	(a.a a.c c.c)	
	(a.a. b.c b.c)	(a.a b.a c.a)	(a.a b.a c.a)
	(a.a b.a b.b)	(a.a b.a c.b)	(a.a b.a c.b)
	(a.a b.a b.c)	(a.a b.a c.c)	(a.a b.a c.c)
	(a.a b.b b.a)	(a.a b.b c.a)	(a.a b.b c.a)
	(a.a b.b b.b)	(a.a b.b c.b)	(a.a b.b c.b)
	(a.a b.b b.c)	(a.a b.b c.c)	(a.a b.b c.c)
	(a.a b.c b.a)	(a.a b.c c.a)	(a.a b.c c.a)
	(a.a b.c b.b)	(a.a b.c c.b)	(a.a b.c c.b)
	(a.a b.c b.c)	(a.a b.c c.c)	(a.a b.c c.c)
		(a.a c.a c.a)	
		(a.a c.a c.b)	
		(a.a c.a c.c)	
		(a.a c.b c.a)	
		(a.a c.b c.b)	
		(a.a c.b c.c)	
		(a.a c.c c.a)	
		(a.a c.c c.b)	
		(a.a c.c c.c)	

4. Die total 27 Bedeutungsklassen erfüllen nun alle das Prinzip der Triadizität, d.h. der paarweisen Verschiedenheit der auf die triadischen Relata abgebildeten Fundamentalkategorien. Bei der Abbildung der 27 Bedeutungsklasse auf die 10 **Zeichenklassen** werden erstere durch das Prinzip der semiotischen Inklusion

(3.a 2.b 1.c) mit a ≤ b ≤ c

zusätzlich gefiltert, so dass an den Plätzen von a, b, c nicht mehr alle 9 dyadischen Partialrelationen eingesetzt werden können, sondern nur noch 3, 2 oder 1 und zwar an der Stelle c in Abhängigkeit von der Stelle b und an der Stelle b in Abhängigkeit von der Stelle a:



Das hier entworfene Modell einer **Filterungs-Semiose** geht also davon aus, dass logische ternäre bzw. triadische Relationen, sofern sie interpretiert werden, d.h. sofern ein Modell für sie gewählt wird, immer eine triadische Relation über Fundamentalkategorien ist, die nicht a priori voneinander verschieden sein müssen. Falls sie nicht voneinander verschieden sind, erhält man ein semiotisches Universum von 243 Sinnklassen, die sich dadurch zu 27 Bedeutungsklassen filtern lassen, dass man paarweise Verschiedenheit der Fundamentalkategorien verlangt. Fordert man zusätzlich, dass eine n-stellige dyadische Partialrelation in ihrem Stellenwert höchstens gleich gross oder grösser als der Stellenwert ihrer voraufgehenden n+1-stelligen dyadischen Partialrelation ist, erhält man die 10 Peirceschen Zeichenklassen, die unter Anwendung dieser Ordnungsrelation aus den 27 Bedeutungsklassen gefiltert werden können.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008 (2008a)

Toth, Alfred, Semiotics and Pre-Semiotics. 2 Bde. Klagenfurt 2008 (2008b)

Toth, Alfred, Vorarbeiten zu einer objektiven Semiotik. Klagenfurt 2008 (2008c)

Toth, Alfred, Peircezahlen und Protozahlen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Das diskriminantensymmetrische Dualitätssystem. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009b

Toth, Alfred, Semiotische Mediation bei Bedeutungsklassen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009c

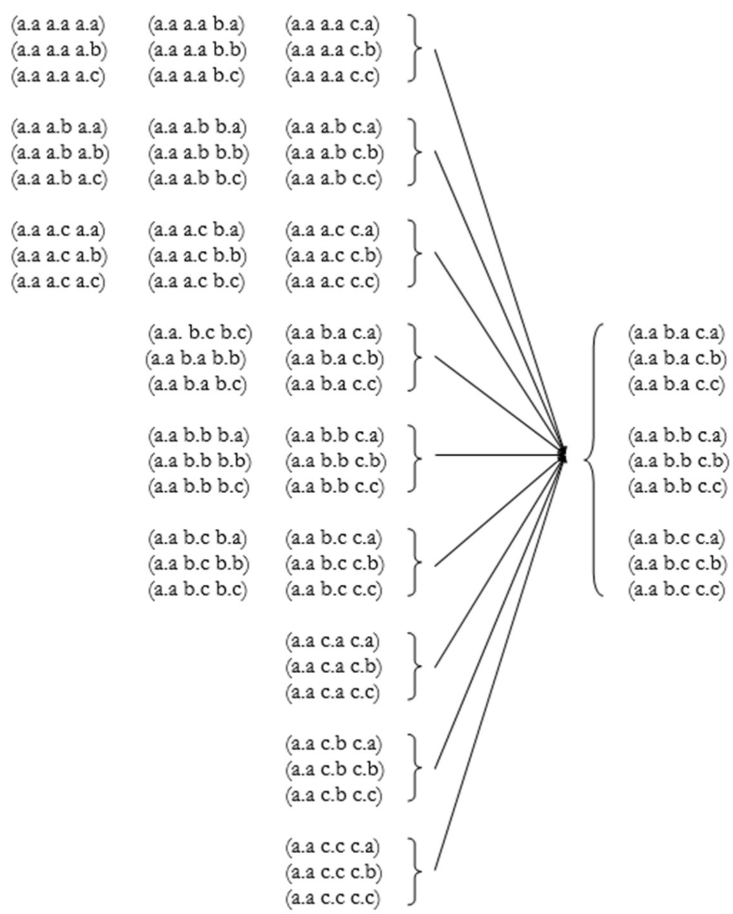
Toth, Alfred, Sinn-, Bedeutungs- und Zeichenklassen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009d

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Kategorielle Filterung

1. Während die 10 Zeichenklassen beim Übergang vom semotischen in den präsemiotischen Raum gefasert werden, werden die Sinnklassen bei den beiden Übergängen zu den Bedeutungs- und den Zeichenklassen gefiltert. Während allerdings die Faserung die Erweiterung der triadischen in tetradische Relationen bewirkt (vgl. Toth 2008b, S. 202 ff.), wobei sich die Menge der Zeichenklassen nicht verändert, bewirken die beiden Filterungen eine Reduktion der Menge der Sinn- und der Bedeutungsklassen, wogegen deren triadische Struktur erhalten bleibt (Toth 2009a, b). Im folgenden sollen die Haupttypen der kategoriellen Übergänge bei den Transformationen der Sinn- in die Bedeutungsklassen sowie der Bedeutungsklassen in die Zeichenklassen aufgezeigt werden. Vorausgesetzt wird die Theorie der dynamischen semiotischen Morphismen, die in Toth (2008a, S. 159 ff.) eingeführt worden war.

2. Wir betrachten erstens die kategoriellen Transformationen zwischen den 243 Sinn- und den 27 Bedeutungsklassen und gehen dazu von dem folgenden abstrakten Schema aus, welches für die 9 semiotischen Haupttypen steht:



Wie in Toth (2009a) ausgeführt, können anstelle von (a, b, c) sämtliche 9 dyadischen Partialrelationen stehen. Wenn wir sie durch willkürlich gewählte Symbole ersetzen, können wir die obigen 54 Abbildungen auf die folgenden 9 zurückführen

(■□ ▲▶ ●○) → (a.a b.a c.a) = [[■a, □a], [▲b, ▶a], [●c, ○a]]

(■□ ▲▶ ●○) → (a.a b.a c.b) = [[■a, □a], [▲b, ▶a], [●c, ○b]]

(■□ ▲▶ ●○) → (a.a b.a c.c) = [[■a, □a], [▲b, ▶a], [●c, ○c]]

(■□ ▲▶ ●○) → (a.a b.b c.a) = [[■a, □a], [▲b, ▶b], [●c, ○a]]

(■□ ▲▶ ●○) → (a.a b.b c.b) = [[■a, □a], [▲b, ▶b], [●c, ○b]]

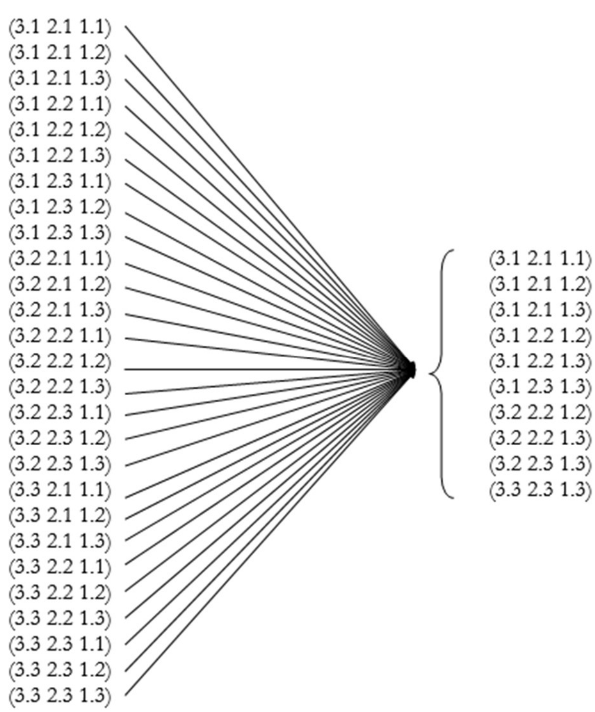
(■□ ▲▶ ●○) → (a.a b.b c.c) = [[■a, □a], [▲b, ▶b], [●c, ○c]]

(■□ ▲▶ ●○) → (a.a b.c c.a) = [[■a, □a], [▲b, ▶c], [●c, ○a]]

(■□ ▲▶ ●○) → (a.a b.c c.b) = [[■a, □a], [▲b, ▶c], [●c, ○b]]

(■□ ▲▶ ●○) → (a.a b.c c.c) = [[■a, □a], [▲b, ▶c], [●c, ○c]]

3. Zweitens betrachten wir nun die kategoriellen Transformationen zwischen den 27 Bedeutungsklassen und den 10 Zeichenklassen. Die folgenden Fälle sind möglich:



Wenn wir wie oben vorgehen und die dyadischen Partialrelationen durch Paare von willkürlich gewählten Symbolen ersetzen, erhalten wir die folgenden 10 Typen:

(■□ ▲▶ ●○) → (a.c b.c c.c) = [[■a, □c], [▲b, ▶c], [●c, ○c]]

(■□ ▲▶ ●○) → (a.c b.c c.b) = [[■a, □c], [▲b, ▶c], [●c, ○b]]

(■□ ▲▶ ●○) → (a.c b.c c.a) = [[■a, □c], [▲b, ▶c], [●c, ○a]]

(■□ ▲▶ ●○) → (a.c b.b c.b) = [[■a, □c], [▲b, ▶b], [●c, ○b]]

(■□ ▲▶ ●○) → (a.c b.b c.a) = [[■a, □c], [▲b, ▶b], [●c, ○a]]

(■□ ▲▶ ●○) → (a.c b.a c.a) = [[■a, □c], [▲b, ▶a], [●c, ○a]]

(■□ ▲▶ ●○) → (a.b b.b c.b) = [[■a, □b], [▲b, ▶b], [●c, ○b]]

(■□ ▲▶ ●○) → (a.b b.b c.a) = [[■a, □b], [▲b, ▶b], [●c, ○a]]

(■□ ▲▶ ●○) → (a.b b.a c.a) = [[■a, □b], [▲b, ▶a], [●c, ○a]]

(■□ ▲▶ ●○) → (a.a b.a c.a) = [[■a, □a], [▲b, ▶a], [●c, ○a]]

Die Kombinationen der Abbildungen von {■, □, ▲, ▶, ●, ○) → {a, b, c} mit a, b, c ∈ {M, O, I} bzw. {.1., .2., .3.}, d.h. kürzer {■, □, ▲, ▶, ●, ○) → {.1., .2., .3.} sind nach Toth (2008a, S. 159 ff.) Elemente der kategoriellen semiotischen Matrix

$$\begin{pmatrix} \mathrm{id1} & \alpha & \beta\alpha \\ \alpha^\circ & \mathrm{id2} & \beta \\ \alpha^\circ\beta^\circ & \beta^\circ & \mathrm{id3} \end{pmatrix}$$

so dass die 9 bzw. 10 semiotischen Transformationstypen der Abbildungen der Sinn- auf die Bedeutungsklassen bzw. der Bedeutungs- auf die Zeichenklassen die minimalen Strukturen der kategoriellen Filterungen auf dem Abbildungsprozess der Entstehung von Zeichen aus Sinn darstellen.

Bibliographie

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008 (2008a)

Toth, Alfred, Semiotics and Pre-Semiotics. Klagenfurt 2008 (2008b)

Toth, Alfred, Die Entstehung von Zeichen aus Sinn. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Zwei Formen von Semiose. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009b

Gruppentheoretische Semiotik

1. Eine (abgeschlossene) binäre Operation auf einer nichtleeren Menge G ist eine Abbildung α: G × G → G. Ein Gruppoid (G, ○) ist eine nichtleere Menge zusammen mit einer binären Operation. Seien L(a) und R(a) Translationen, so dass xL(a) = ax und xR(a) = xa für alle x ∈ G, d.h. L(a): G → G und R(a): G → G für jedes a ∈ G, dann verstehen wir unter einer Quasigruppe ein Gruppoid, deren Translationen bijektiv sind für alle a ∈ G. Ein Gruppoid ist kommutativ, wenn L(a) = R(a) für alle a ∈ G, und assoziativ, wenn R(a ○ b) = R(a)R(b) für alle a, b ∈ G. Assoziative Gruppoide heissen Halbgruppen. Eine Quasigruppe heisst ein Loop, wenn sie ein Einselement hat. Assoziative Loops heissen Gruppen, d.h. Gruppen sind Quasigruppen, welche vermöge ihrer Assoziativität ein Einselement haben. Wegen der Bijektivität von L(a) und R(a) gibt es inverse Abbildungen $L(a)^{-1}$ und $R(a)^{-1}$, mit deren Hilfe wir die folgenden binären Operationen definieren: $x\backslash y = yL(x)^{-1}$ und $x/y = xR(y)^{-1}$ für alle x, y ∈ G. Die Quasigruppen (G, \) und (G, /) nennen wir Konjugierte von (G, ○). Wenn wir F(a, b) = c schreiben anstatt a ○ b = c, dann erhalten wir: F(a, b) = c; F^{-1}(c, b) = a; ^{-1}F(a, c) = b; $^{-1}(F^{-1})$ (c, a) = b; $(^{-1}F)^{-1}$(b, c) = a; $(^{-1}(F^{-1}))^{-1}$(b, a) = c. Zu jeder Quasigruppe gibt es genau 6 solcher Parastrophen (Pflugfelder 1990, S. 43).

2. Gegeben sei die Menge PZ = {1, 2, 3} der Primzeichen und die Verknüpfung ○. Da wir eine Tafel herstellen können wie zum Beispiel:

○	1	2	3
1	3	1	2
2	1	2	3
3	2	3	1

ist (PZ, ○) eine Quasigruppe. Dann können wir die zugehörigen 6 Parastrophen (π_i) wie folgt darstellen:

$$(\pi_1) = \begin{pmatrix} 123 \\ 123 \end{pmatrix} = F \qquad (\pi_2) = \begin{pmatrix} 123 \\ 213 \end{pmatrix} = F^{-1} \qquad (\pi_3) = \begin{pmatrix} 123 \\ 132 \end{pmatrix} = {}^{-1}F$$

$$(\pi_4) = \begin{pmatrix} 123 \\ 231 \end{pmatrix} = {}^{-1}(F^{-1}) \qquad (\pi_5) = \begin{pmatrix} 123 \\ 312 \end{pmatrix} = {}^{-1}(F)^{-1} \qquad (\pi_6) = \left. \begin{matrix} 123 \\ 321 \end{matrix} \right) = ({}^{-1}F^{-1}))^{-1}$$

Quasigruppen werden in Form von Matrizen mit n^2 Elementen dargestellt (wobei n die Ordnung der Quasigruppe ist), die als Lateinische Quadrate bekannt sind, unter der Bedingung, dass keine zwei gleichen Elemente in derselben Zeile oder Kolonne stehen. Mit Hilfe der 6 Parastrophen erhalten wir dann genau 12 Quasigruppen, die sich in zwei Untergruppen einteilen lassen: in solche mit identischer Nebendiagonale und in solche mit identischer Hauptdiagonale.

3. Semiotische Quasigruppen mit identischer Nebendiagonale

$\circ_1$	1	2	3
1	2	3	1
2	3	1	2
3	1	2	3

$\circ_2$	1	2	3
1	3	1	2
2	1	2	3
3	2	3	1

$\circ_3$	1	2	3
1	1	2	3
2	2	3	1
3	3	1	2

$\circ_4$	1	2	3
1	3	2	1
2	2	1	3
3	1	3	2

$\circ_5$	1	2	3
1	1	3	2
2	3	2	1
3	2	1	3

$\circ_6$	1	2	3
1	2	1	3
2	1	3	2
3	3	2	1

3.1. Gruppen

3.1.1. Die Gruppe (PZ, $\circ_1$)

1. Abgeschlossenheit: $1 \circ_1 1 = 2$; $1 \circ_1 2 = 2 \circ_1 1 = 3$; $1 \circ_1 3 = 3 \circ_1 1 = 1$; $2 \circ_1 2 = 1$; $2 \circ_1 3 = 3 \circ_1 2 = 2$; $3 \circ_1 3 = 3$.

2. Assoziativität: $1 \circ_1 (2 \circ_1 3) = (1 \circ_1 2) \circ_1 3 = 2$; $2 \circ_1 (3 \circ_1 2) = (2 \circ_1 3) \circ_1 2 = 1$, $3 \circ_1 (3 \circ_1 1) = (3 \circ_1 3) \circ_1 1 = 1$, usw.

3. Einselement: $1 \circ_1 3 = 3 \circ_1 1 = 1$; $2 \circ_1 3 = 3 \circ_1 2 = 2$; $3 \circ_1 3 = 3$, d.h. e = 3.

4. Inverses Element: $1^{-1} = 2$, denn $1 \circ_1 2 = 3$; $2^{-1} = 1$, denn $2 \circ_1 1 = 3$; $3^{-1} = 3$ = const.

Sei σ_1: $1 \rightarrow 2$, $2 \rightarrow 1$, dann erzeugt σ_1 die folgenden Bedeutungsklassen aus den 10 Peirceschen Zeichenklassen:

σ_1 (3.1 2.1 1.1) $\rightarrow$ (3.2 1.2 2.2)

σ_1 (3.1 2.1 1.2) $\rightarrow$ (3.2 1.2 2.1)

σ_1 (3.1 2.1 1.3) $\rightarrow$ (3.2 1.2 2.3)

σ_1 (3.1 2.2 1.2) $\rightarrow$ (3.2 1.1 2.1)

σ_1 (3.1 2.2 1.3) $\rightarrow$ (3.2 1.1 2.3)

σ_1 (3.1 2.3 1.3) $\rightarrow$ (3.2 1.3 2.3)

σ_1 (3.2 2.2 1.2) $\rightarrow$ (3.1 1.1 2.1)

σ_1 (3.2 2.2 1.3) $\rightarrow$ (3.1 1.1 2.3)

σ_1 (3.2 2.3 1.3) $\rightarrow$ (3.1 1.3 2.3)

σ_1 (3.3 2.3 1.3) $\rightarrow$ (3.3 1.3 2.3)

3.1.2. Die Gruppe (PZ, $\circ_2$)

(PZ, $\circ_2$) wurde bereits von Bogarín (1992) als Gruppe nachgewiesen, nachdem Bense kurz darauf hingewiesen hatte, dass "die kleine semiotische Matrix […] der Cayleyschen Gruppentafel entspricht" (1986, S. 43).

1. Abgeschlossenheit: $1 \circ_2 1 = 3$; $1 \circ_2 2 = 2 \circ_2 1 = 1$; $1 \circ_2 3 = 3 \circ_2 1 = 2$; $2 \circ_2 2 = 2$; $2 \circ_2 3 = 3 \circ_2 2 = 3$; $3 \circ_2 3 = 1$.

2. Assoziativität: $1 \circ_2 (2 \circ_2 3) = (1 \circ_2 2) \circ_2 3 = 2$; $2 \circ_2 (3 \circ_2 2) = (2 \circ_2 3) \circ_2 2 = 3$, $3 \circ_2 (3 \circ_2 1) = (3 \circ_2 3) \circ_2 1 = 3$, usw.

3. Einselement: $1 \circ_2 2 = 2 \circ_2 1 = 1$; $2 \circ_2 2 = 2$; $3 \circ_2 2 = 2 \circ_2 3 = 3$, d.h. e = 2.

4. Inverses Element: $1^{-1} = 3$, denn $1 \circ_2 3 = 2$; $2^{-1} = 2$ = const., $3^{-1} = 1$, denn $3 \circ_2 1 = 2$.

Sei σ_2: $1 \rightarrow 3$, $3 \rightarrow 1$, dann erzeugt σ_2 die folgenden Bedeutungsklassen aus den 10 Peirceschen Zeichenklassen:

σ_2 (3.1 2.1 1.1) $\rightarrow$ (1.3 2.3 3.3)

σ_2 (3.1 2.1 1.2) $\rightarrow$ (1.3 2.3 3.2)

σ_2 (3.1 2.1 1.3) $\rightarrow$ (1.3 2.3 3.1)

σ_2 (3.1 2.2 1.2) $\rightarrow$ (1.3 2.2 3.2)

σ_2 (3.1 2.2 1.3) $\rightarrow$ (1.3 2.2 3.1)

σ_2 (3.1 2.3 1.3) $\rightarrow$ (1.3 2.1 3.1)

σ_2 (3.2 2.2 1.2) $\rightarrow$ (1.2 2.2 3.2)

σ_2 (3.2 2.2 1.3) $\rightarrow$ (1.2 2.2 3.1)

σ_2 (3.2 2.3 1.3) $\rightarrow$ (1.2 2.1 3.1)

σ_2 (3.3 2.3 1.3) $\rightarrow$ (1.1 2.1 3.1)

3.1.3. Die Gruppe (PZ, $\circ_3$)

1. Abgeschlossenheit: $1 \circ_3 1 = 1$; $1 \circ_3 2 = 2 \circ_3 1 = 2$; $1 \circ_3 3 = 3 \circ_3 1 = 3$; $2 \circ_3 2 = 3$; $2 \circ_3 3 = 3 \circ_3 2 = 1$; $3 \circ_3 3 = 2$.

2. Assoziativität: $1 \circ_3 (2 \circ_3 3) = (1 \circ_3 2) \circ_3 3 = 1$; $2 \circ_3 (3 \circ_3 2) = (2 \circ_3 3) \circ_3 2 = 2$, $3 \circ_3 (3 \circ_3 1) = (3 \circ_3 3) \circ_3 1 = 2$, usw.

3. Einselement: $1 \circ_3 1 = 1$; $2 \circ_3 1 = 1 \circ_3 2 = 2$; $3 \circ_3 1 = 1 \circ_3 3 = 3$, d.h. e = 1.

4. Inverses Element: $1^{-1} = 1 = \text{const.}$, $2^{-1} = 3$, denn $2 \circ_3 3 = 1$, $3^{-1} = 2$, denn $3 \circ_3 2 = 1$.

Sei σ_3: $2 \rightarrow 3$, $3 \rightarrow 2$, dann erzeugt σ_3 die folgenden Bedeutungsklassen aus den 10 Peirceschen Zeichenklassen:

σ_3 (3.1 2.1 1.1) $\rightarrow$ (2.1 3.1 1.1)

σ_3 (3.1 2.1 1.2) $\rightarrow$ (2.1 3.1 1.3)

σ_3 (3.1 2.1 1.3) $\rightarrow$ (2.1 3.1 1.2)

σ_3 (3.1 2.2 1.2) $\rightarrow$ (2.1 3.3 1.3)

σ_3 (3.1 2.2 1.3) $\rightarrow$ (2.1 3.3 1.2)

σ_3 (3.1 2.3 1.3) $\rightarrow$ (2.1 3.2 1.2)

σ_3 (3.2 2.2 1.2) $\rightarrow$ (2.3 3.3 1.3)

σ_3 (3.2 2.2 1.3) $\rightarrow$ (2.3 3.3 1.2)

σ_3 (3.2 2.3 1.3) $\rightarrow$ (2.3 3.2 1.2)

σ_3 (3.3 2.3 1.3) $\rightarrow$ (2.2 3.2 1.2)

Alle drei Gruppen sind offensichtlich kommutativ, d.h. abelsch.

3.2. Kommutative Quasigruppen

3.2.1. Die kommutative Quasigruppe (PZ, $\circ_4$)

1. Abgeschlossenheit: $1 \circ_4 1 = 3$; $1 \circ_4 2 = 2 \circ_4 1 = 2$; $1 \circ_4 3 = 3 \circ_4 1 = 1$; $2 \circ_4 2 = 1$; $2 \circ_4 3 = 3 \circ_4 2 = 3$; $3 \circ_4 3 = 2$.

2. Die Assoziativitätsbedingung ist i.a. nicht erfüllt: $1 \circ_4 (2 \circ_4 3) = 1 \neq (1 \circ_4 2) \circ_4 3 = 3$; $3 \circ_4 (3 \circ_4 1) = 1 \neq (3 \circ_4 3) \circ_4 1 = 2$, usw.

3. Einselemente: $1 \circ_4 3 = 3 \circ_4 1 = 1$; $2 \circ_4 1 = 1 \circ_4 2 = 2$; $3 \circ_4 2 = 2 \circ_4 3 = 3$.

3.2.2. Die kommutative Quasigruppe (PZ, $\circ_5$)

1. Abgeschlossenheit: $1 \circ_5 1 = 1$; $1 \circ_5 2 = 2 \circ_5 1 = 3$; $1 \circ_5 3 = 3 \circ_5 1 = 2$; $2 \circ_5 2 = 2$; $2 \circ_5 3 = 3 \circ_5 2 = 1$; $3 \circ_5 3 = 3$.

2. Die Assoziativitätsbedingung ist i.a. nicht erfüllt: $1 \circ_5 (2 \circ_5 3) = 1 \neq (1 \circ_5 2) \circ_5 3 = 3$; $3 \circ_5 (3 \circ_5 1) = 1 \neq (3 \circ_5 3) \circ_5 1 = 2$, usw.

3. Einselemente: $1 \circ_5 1 = 1$; $2 \circ_5 2 = 2$; $3 \circ_5 3 = 3$. (Weil hier jedes Element idempotent ist, ist (PZ, $\circ_5$) eine Steiner-Quasigruppe; vgl. Lindner und Evans 1977, S. 51 ff.).

3.2.3. Die kommutative Quasigruppe (PZ, $\circ_6$)

1. Abgeschlossenheit: $1 \circ_6 1 = 2$; $1 \circ_6 2 = 2 \circ_6 1 = 1$; $1 \circ_6 3 = 3 \circ_6 1 = 3$; $2 \circ_6 2 = 3$; $2 \circ_6 3 = 3 \circ_6 2 = 2$; $3 \circ_6 3 = 1$.

2. Die Assoziativitätsbedingung ist i.a. nicht erfüllt: $1 \circ_6 (2 \circ_6 3) = 1 \neq (1 \circ_6 2) \circ_6 3 = 3$; $3 \circ_6 (3 \circ_6 1) = 1 \neq (3 \circ_6 3) \circ_6 1 = 2$, usw.

3. Einselemente: $1 \circ_6 2 = 2 \circ_6 1 = 1$; $2 \circ_6 3 = 3 \circ_6 2 = 2$; $3 \circ_6 1 = 1 \circ_6 3 = 3$.

Die drei Quasigruppen (PZ, $\circ_4$), (PZ, $\circ_5$) und (PZ, $\circ_6$) bilden also Loops, da sie Einselemente haben, wobei die entsprechenden Links- (a^λ) und Rechtsinversen (a^ρ) jeweils zusammenfallen.

4. Semiotische Quasigruppen mit identischer Hauptdiagonale

$\circ_7$	1	2	3
1	3	1	2
2	2	3	1
3	1	2	3

$\circ_8$	1	2	3
1	3	2	1
2	1	3	2
3	2	1	3

$\circ_9$	1	2	3
1	2	1	3
2	3	2	1
3	1	3	2

$\circ_{10}$	1	2	3
1	2	3	1
2	1	2	3
3	3	1	2

$\circ_{11}$	1	2	3
1	1	2	3
2	3	1	2
3	2	3	1

$\circ_{12}$	1	2	3
1	1	3	2
2	2	1	3
3	3	2	1

4.1. Nichtkommutative Quasigruppen

4.1.1. Die nichtkommutative Quasigruppe (PZ, $\circ_7$)

1. Abgeschlossenheit: $1 \circ_7 1 = 3$; $1 \circ_7 2 = 1 \neq 2 \circ_7 1 = 2$; $1 \circ_7 3 = 2 \neq 3 \circ_7 1 = 1$; $2 \circ_7 2 = 3$; $2 \circ_7 3 = 1 \neq 3 \circ_7 2 = 2$; $3 \circ_7 3 = 3$.

2. Die Assoziativitätsbedingung ist i.a. nicht erfüllt: $1 \circ_7 (2 \circ_7 3) = 3 \neq (1 \circ_7 2) \circ_7 3 = 2$, usw.

3. Einselemente: $1 \circ_7 2 = 1 \neq 2 \circ_7 1 = 2$; $2 \circ_7 1 = 2 \neq 1 \circ_7 2 = 1$; $3 \circ_7 3 = 3$.

4.1.2. Die nichtkommutative Quasigruppe (PZ, $\circ_8$)

1. Abgeschlossenheit: $1 \circ_8 1 = 3$; $1 \circ_8 2 = 2 \neq 2 \circ_8 1 = 1$; $1 \circ_8 3 = 1 \neq 3 \circ_8 1 = 2$; $2 \circ_8 2 = 3$; $2 \circ_8 3 = 2 \neq 3 \circ_8 2 = 1$; $3 \circ_8 3 = 3$.

2. Die Assoziativitätsbedingung ist i.a. nicht erfüllt: $1 \circ_8 (3 \circ_8 2) = 3 \neq (1 \circ_8 3) \circ_8 2 = 2$, usw.

3. Einselemente: $1 \circ_8 3 = 1 \neq 3 \circ_8 1 = 2$; $2 \circ_8 3 = 2 \neq 3 \circ_8 2 = 1$; $3 \circ_8 3 = 3$.

4.1.3. Die nichtkommutative Quasigruppe (PZ, $\circ_9$)

1. Abgeschlossenheit: $1 \circ_9 1 = 2$; $1 \circ_9 2 = 1 \neq 2 \circ_9 1 = 3$; $1 \circ_9 3 = 3 \neq 3 \circ_9 1 = 1$; $2 \circ_9 2 = 2$; $2 \circ_9 3 = 1 \neq 3 \circ_9 2 = 3$; $3 \circ_9 3 = 2$.

2. Die Assoziativitätsbedingung ist i.a. nicht erfüllt: $1 \circ_9 (2 \circ_9 3) = 2 \neq (1 \circ_9 2) \circ_9 3 = 3$, usw.

3. Einselemente: $1 \circ_9 2 = 1 \neq 2 \circ_9 1 = 3$; $2 \circ_9 2 = 2$; $3 \circ_9 2 = 3 \neq 2 \circ_9 3 = 1$.

4.1.4. Die nichtkommutative Quasigruppe (PZ, $\circ_{10}$)

1. Abgeschlossenheit: $1 \circ_{10} 1 = 2$; $1 \circ_{10} 2 = 3 \neq 2 \circ_{10} 1 = 1$; $1 \circ_{10} 3 = 1 \neq 3 \circ_{10} 1 = 3$; $2 \circ_{10} 2 = 2$; $2 \circ_{10} 3 = 3 \neq 3 \circ_{10} 2 = 1$; $3 \circ_{10} 3 = 2$.

2. Die Assoziativitätsbedingung ist i.a. nicht erfüllt: $1 \circ_{10} (2 \circ_{10} 3) = 1 \neq (1 \circ_{10} 2) \circ_{10} 3 = 2$, usw.

3. Einselemente: $1 \circ_{10} 3 = 1 \neq 3 \circ_{10} 1 = 3$; $2 \circ_{10} 2 = 2$; $3 \circ_{10} 1 = 3 \neq 1 \circ_{10} 3 = 1$.

4.1.5. Die nichtkommutative Quasigruppe (PZ, $\circ_{11}$)

1. Abgeschlossenheit: $1 \circ_{11} 1 = 1$; $1 \circ_{11} 2 = 2 \neq 2 \circ_{11} 1 = 3$; $1 \circ_{11} 3 = 3 \neq 3 \circ_{11} 1 = 2$; $2 \circ_{11} 2 = 1$; $2 \circ_{11} 3 = 2 \neq 3 \circ_{11} 2 = 3$; $3 \circ_{11} 3 = 1$.

2. Die Assoziativitätsbedingung ist i.a. nicht erfüllt: $2 \circ_{11} (1 \circ_{11} 3) = 2 \neq (2 \circ_{11} 1) \circ_{11} 3 = 1$, usw.

3. Einselemente: $1 \circ_{11} 1 = 1$; $2 \circ_{11} 3 = 2 \neq 3 \circ_{11} 2 = 3$; $3 \circ_{11} 2 = 3 \neq 2 \circ_{11} 3 = 2$.

4.1.6. Die nichtkommutative Quasigruppe (PZ, $\circ_{12}$)

1. Abgeschlossenheit: $1 \circ_{12} 1 = 1$; $1 \circ_{12} 2 = 3 \neq 2 \circ_{12} 1 = 2$; $1 \circ_{12} 3 = 2 \neq 3 \circ_{12} 1 = 3$; $2 \circ_{12} 2 = 1$; $2 \circ_{12} 3 = 3 \neq 3 \circ_{12} 2 = 2$; $3 \circ_{12} 3 = 1$.

2. Die Assoziativitätsbedingung ist i.a. nicht erfüllt: $1 \circ_{12} (2 \circ_{12} 3) = 2 \neq (1 \circ_{12} 2) \circ_{12} 3 = 1$, usw.

3. Einselemente: $1 \circ_{12} 1 = 1$; $2 \circ_{12} 1 = 2 \neq 1 \circ_{12} 2 = 3$; $3 \circ_{12} 1 = 3 \neq 1 \circ_{12} 3 = 2$.

Bei den sechs Quasigruppen (PZ, $\circ_7$) bis (PZ, $\circ_{12}$) gilt also $a^\lambda \neq a^\rho$, d.h. die entsprechenden Links- und Rechtsinversen fallen nicht zusammen.

5.1. Wenn wir die 6 Permutationen der paarweise verschiedenen Elemente von PZ anschauen, dann erzeugen

(1, 2, 3)	(2, 1, 3)
(1, 3, 2)	(1, 3, 2)
(2, 3, 1)	(1, 2, 3)

genau die 3 möglichen semiotischen Gruppen (PZ, $\circ_1$), (PZ, $\circ_2$) und (PZ, $\circ_3$), wie man leicht nachprüft.

5.2. Wenn wir hingegen die 27 Permutationen von nur je 2 Elementen aus PZ anschauen, dann erzeugen, wie im folgenden gezeigt wird,

(1, 1, 1)	(2, 1, 1)	(3, 1, 1)
(1, 1, 2)	(2, 1, 2)	(3, 1, 2)
(1, 1, 3)	(2, 1, 3)	(3, 1, 3)
(1, 2, 1)	(2, 2, 1)	(3, 2, 1)
(1, 2, 2)	(2, 2, 2)	(3, 2, 2)
(1, 2, 3)	(2, 2, 3)	(3, 2, 3)
(1, 3, 1)	(2, 3, 1)	(3, 3, 1)
(1, 3, 2)	(2, 3, 2)	(3, 3, 2)
(1, 3, 3)	(2, 3, 3)	(3, 3, 3)

genau die 9 möglichen semiotischen Quasigruppen (PZ, $\circ_4$) bis (PZ, $\circ_{12}$).

5.2.1. (1 2 3)

(1 1 1)

σ_4 (a.b c.d e.f) $\rightarrow$ (1.1 1.1 1.1), d.h. σ_4 transformiert jede Zeichenklasse in die Zeichenrelation (1.1 1.1 1.1).

5.2.2. (1 2 3)

(1 1 2)

σ_5 (3.1 2.1 1.1) $\rightarrow$ (2.1 1.1 1.1)

σ_5 (3.1 2.1 1.2) $\rightarrow$ (2.1 1.1 1.1)

σ_5 (3.1 2.1 1.3) $\rightarrow$ (2.1 1.1 1.2)

σ_5 (3.1 2.2 1.2) $\rightarrow$ (2.1 1.1 1.1)

σ_5 (3.1 2.2 1.3) $\rightarrow$ (2.1 1.1 1.2)

σ_5 (3.1 2.3 1.3) $\rightarrow$ (2.1 1.2 1.2)

σ_5 (3.2 2.2 1.2) $\rightarrow$ (2.1 1.1 1.1)

σ_5 (3.2 2.2 1.3) $\rightarrow$ (2.1 1.1 1.2)

σ_5 (3.2 2.3 1.3) $\rightarrow$ (2.1 1.2 1.2)

σ_5 (3.3 2.3 1.3) $\rightarrow$ (2.2 1.2 1.2)

5.2.3. (1 2 3)

(1 1 3)

σ_6 (3.1 2.1 1.1) $\rightarrow$ (3.1 1.1 1.1)

σ_6 (3.1 2.1 1.2) $\rightarrow$ (3.1 1.1 1.1)

σ_6 (3.1 2.1 1.3) $\rightarrow$ (3.1 1.1 1.3)

σ_6 (3.1 2.2 1.2) $\rightarrow$ (3.1 1.1 1.1)

σ_6 (3.1 2.2 1.3) $\rightarrow$ (3.1 1.1 1.3)

σ_6 (3.1 2.3 1.3) $\rightarrow$ (3.1 1.3 1.3)

σ_6 (3.2 2.2 1.2) $\rightarrow$ (3.1 1.1 1.1)

σ_6 (3.2 2.2 1.3) $\rightarrow$ (3.1 1.1 1.3)

σ_6 (3.2 2.3 1.3) $\rightarrow$ (3.1 1.3 1.3)

σ_6 (3.3 2.3 1.3) $\rightarrow$ (3.3 1.3 1.3)

5.2.4. (1 2 3)

(1 2 1)

σ_7 (3.1 2.1 1.1) $\rightarrow$ (1.1 2.1 1.1)

σ_7 (3.1 2.1 1.2) $\rightarrow$ (1.1 2.1 1.2)

σ_7 (3.1 2.1 1.3) $\rightarrow$ (1.1 2.1 1.1)

σ_7 (3.1 2.2 1.2) $\rightarrow$ (1.1 2.2 1.2)

σ_7 (3.1 2.2 1.3) $\rightarrow$ (1.1 2.2 1.1)

σ_7 (3.1 2.3 1.3) $\rightarrow$ (1.1 2.1 1.1)

σ_7 (3.2 2.2 1.2) $\rightarrow$ (1.2 2.2 1.2)

σ_7 (3.2 2.2 1.3) $\rightarrow$ (1.2 2.2 1.1)

σ_7 (3.2 2.3 1.3) $\rightarrow$ (1.2 2.1 1.1)

σ_7 (3.3 2.3 1.3) $\rightarrow$ (1.1 2.1 1.1)

5.2.5. (1 2 3)

(1 2 2)

σ_8 (3.1 2.1 1.1) $\rightarrow$ (2.1 2.1 1.1)

σ_8 (3.1 2.1 1.2) $\rightarrow$ (2.1 2.1 1.2)

σ_8 (3.1 2.1 1.3) $\rightarrow$ (2.1 2.1 1.2)

σ_8 (3.1 2.2 1.2) $\rightarrow$ (2.1 2.2 1.2)

σ_8 (3.1 2.2 1.3) $\rightarrow$ (2.1 2.2 1.2)

σ_8 (3.1 2.3 1.3) $\rightarrow$ (2.1 2.2 1.2)

σ_8 (3.2 2.2 1.2) $\rightarrow$ (2.2 2.2 1.2)

σ_8 (3.2 2.2 1.3) $\rightarrow$ (2.2 2.2 1.2)

σ_8 (3.2 2.3 1.3) → (2.2 2.2 1.2)

σ_8 (3.3 2.3 1.3) → (2.2 2.2 1.2)

5.2.6. (1 2 3)

(1 3 1)

σ_9 (3.1 2.1 1.1) → (1.1 3.1 1.1)

σ_9 (3.1 2.1 1.2) → (1.1 3.1 1.3)

σ_9 (3.1 2.1 1.3) → (1.1 3.1 1.1)

σ_9 (3.1 2.2 1.2) → (1.1 3.3 1.3)

σ_9 (3.1 2.2 1.3) → (1.1 3.3 1.1)

σ_9 (3.1 2.3 1.3) → (1.1 3.1 1.1)

σ_9 (3.2 2.2 1.2) → (1.3 3.3 1.3)

σ_9 (3.2 2.2 1.3) → (1.3 3.3 1.1)

σ_9 (3.2 2.3 1.3) → (1.3 3.1 1.1)

σ_9 (3.3 2.3 1.3) → (1.1 3.1 1.1)

5.2.7. (1 2 3)

(1 3 3)

σ_{10} (3.1 2.1 1.1) → (3.1 3.1 1.1)

σ_{10} (3.1 2.1 1.2) → (3.1 3.1 1.3)

σ_{10} (3.1 2.1 1.3) → (3.1 3.1 1.3)

σ_{10} (3.1 2.2 1.2) → (3.1 3.3 1.3)

σ_{10} (3.1 2.2 1.3) → (3.1 3.3 1.3)

σ_{10} (3.1 2.3 1.3) → (3.1 3.3 1.3)

σ_{10} (3.2 2.2 1.2) → (3.3 3.3 1.3)

σ_{10} (3.2 2.2 1.3) → (3.3 3.3 1.3)

σ_{10}(3.2 2.3 1.3) → (3.3 3.3 1.3)

σ_{10} (3.3 2.3 1.3) → (3.3 3.3 1.3)

5.2.8. (1 2 3)

(2 1 1)

σ_{11} (3.1 2.1 1.1) → (1.2 1.2 2.2)

σ_{11} (3.1 2.1 1.2) → (1.2 1.2 2.1)

σ_{11} (3.1 2.1 1.3) → (1.2 1.2 2.1)

σ_{11} (3.1 2.2 1.2) → (1.2 1.1 2.1)

σ_{11} (3.1 2.2 1.3) → (1.2 1.1 2.1)

σ_{11} (3.1 2.3 1.3) → (1.2 1.1 2.1)

σ_{11} (3.2 2.2 1.2) → (1.1 1.1 2.1)

σ_{11} (3.2 2.2 1.3) → (1.1 1.1 2.1)

σ_{11} (3.2 2.3 1.3) → (1.1 1.1 2.1)

σ_{11} (3.3 2.3 1.3) → (1.1 1.1 2.1)

5.2.9. (1 2 3)

(2 1 2)

σ_{12} (3.1 2.1 1.1) → (2.2 1.2 2.2)

σ_{12} (3.1 2.1 1.2) → (2.2 1.2 2.1)

σ_{12} (3.1 2.1 1.3) → (2.2 1.2 2.2)

σ_{12} (3.1 2.2 1.2) → (2.2 1.1 2.1)

σ_{12} (3.1 2.2 1.3) → (2.2 1.1 2.2)

σ_{12} (3.1 2.3 1.3) → (2.2 1.2 2.2)

σ_{12} (3.2 2.2 1.2) → (2.1 1.1 2.1)

σ_{12} (3.2 2.2 1.3) → (2.1 1.1 2.2)

σ_{12} (3.2 2.3 1.3) → (2.1 1.2 2.2)

σ_{12} (3.3 2.3 1.3) → (2.2 1.2 2.2)

5.2.10.(1 2 3)

(2 2 1)

σ_{13} (3.1 2.1 1.1) $\rightarrow$ (1.2 2.2 1.2)

σ_{13} (3.1 2.1 1.2) $\rightarrow$ (1.2 2.2 2.2)

σ_{13} (3.1 2.1 1.3) $\rightarrow$ (1.2 2.2 2.1)

σ_{13} (3.1 2.2 1.2) $\rightarrow$ (1.2 2.2 2.2)

σ_{13} (3.1 2.2 1.3) $\rightarrow$ (1.2 2.2 2.1)

σ_{13} (3.1 2.3 1.3) $\rightarrow$ (1.2 2.1 2.1)

σ_{13} (3.2 2.2 1.2) $\rightarrow$ (1.2 2.2 2.2)

σ_{13} (3.2 2.2 1.3) $\rightarrow$ (1.2 2.2 2.1)

σ_{13} (3.2 2.3 1.3) $\rightarrow$ (1.2 2.1 2.1)

σ_{13} (3.3 2.3 1.3) $\rightarrow$ (1.1 2.3 2.1)

5.2.11.(1 2 3)

(2 2 2)

σ_{14} (3.1 2.1 1.1) $\rightarrow$ (2.2 2.2 2.2)

σ_{14} (3.1 2.1 1.2) $\rightarrow$ (2.2 2.2 2.2)

σ_{14} (3.1 2.1 1.3) $\rightarrow$ (2.2 2.2 2.2)

σ_{14} (3.1 2.2 1.2) $\rightarrow$ (2.2 2.2 2.2)

σ_{14} (3.1 2.2 1.3) $\rightarrow$ (2.2 2.2 2.2)

σ_{14} (3.1 2.3 1.3) $\rightarrow$ (2.2 2.2 2.2)

σ_{14} (3.2 2.2 1.2) $\rightarrow$ (2.2 2.2 2.2)

σ_{14} (3.2 2.2 1.3) $\rightarrow$ (2.2 2.2 2.2)

σ_{14} (3.2 2.3 1.3) $\rightarrow$ (2.2 2.2 2.2)

σ_{14} (3.3 2.3 1.3) $\rightarrow$ (2.2 2.2 2.2)

5.2.12.(1 2 3)

(2 2 3)

σ_{15} (3.1 2.1 1.1) $\rightarrow$ (3.2 2.2 2.2)

σ_{15} (3.1 2.1 1.2) $\rightarrow$ (3.2 2.2 2.2)

σ_{15} (3.1 2.1 1.3) $\rightarrow$ (3.2 2.2 2.3)

σ_{15} (3.1 2.2 1.2) $\rightarrow$ (3.2 2.2 2.2)

σ_{15} (3.1 2.2 1.3) $\rightarrow$ (3.2 2.2 2.3)

σ_{15} (3.1 2.3 1.3) $\rightarrow$ (3.2 2.3 2.3)

σ_{15} (3.2 2.2 1.2) $\rightarrow$ (3.2 2.2 2.2)

σ_{15} (3.2 2.2 1.3) $\rightarrow$ (3.2 2.2 2.3)

σ_{15} (3.2 2.3 1.3) $\rightarrow$ (3.2 2.3 2.3)

σ_{15} (3.3 2.3 1.3) $\rightarrow$ (3.3 2.3 2.3)

5.2.13.(1 2 3)

(2 3 2)

σ_{16} (3.1 2.1 1.1) $\rightarrow$ (2.2 3.2 2.2)

σ_{16} (3.1 2.1 1.2) $\rightarrow$ (2.2 3.2 2.3)

σ_{16} (3.1 2.1 1.3) $\rightarrow$ (2.2 3.2 2.2)

σ_{16} (3.1 2.2 1.2) $\rightarrow$ (2.2 3.3 2.3)

σ_{16} (3.1 2.2 1.3) $\rightarrow$ (2.2 3.3 2.2)

σ_{16} (3.1 2.3 1.3) $\rightarrow$ (2.2 3.2 2.2)

σ_{16} (3.2 2.2 1.2) $\rightarrow$ (2.3 3.3 2.3)

σ_{16} (3.2 2.2 1.3) $\rightarrow$ (2.3 3.3 2.2)

σ_{16} (3.2 2.3 1.3) $\rightarrow$ (2.3 3.2 2.2)

σ_{16} (3.3 2.3 1.3) $\rightarrow$ (2.2 3.2 2.2)

5.2.14. (1 2 3)

(2 3 3)

σ_{17} (3.1 2.1 1.1) $\rightarrow$ (3.2 3.2 2.2)

σ_{17} (3.1 2.1 1.2) $\rightarrow$ (3.2 3.2 2.3)

σ_{17} (3.1 2.1 1.3) $\rightarrow$ (3.2 3.2 2.3)

σ_{17} (3.1 2.2 1.2) $\rightarrow$ (3.2 3.3 2.3)

σ_{17} (3.1 2.2 1.3) $\rightarrow$ (3.2 3.3 2.3)

σ_{17} (3.1 2.3 1.3) $\rightarrow$ (3.2 3.3 2.3)

σ_{17} (3.2 2.2 1.2) $\rightarrow$ (3.3 3.3 2.3)

σ_{17} (3.2 2.2 1.3) $\rightarrow$ (3.3 3.3 2.3)

σ_{17} (3.2 2.3 1.3) $\rightarrow$ (3.3 3.3 2.3)

σ_{17} (3.3 2.3 1.3) $\rightarrow$ (3.3 3.3 2.3)

5.2.15. (1 2 3)

(3 1 1)

σ_{18} (3.1 2.1 1.1) $\rightarrow$ (1.3 1.3 3.3)

σ_{18} (3.1 2.1 1.2) $\rightarrow$ (1.3 1.3 3.1)

σ_{18} (3.1 2.1 1.3) $\rightarrow$ (1.3 1.3 3.1)

σ_{18} (3.1 2.2 1.2) $\rightarrow$ (1.3 1.1 3.1)

σ_{18} (3.1 2.2 1.3) $\rightarrow$ (1.3 1.1 3.1)

σ_{18} (3.1 2.3 1.3) $\rightarrow$ (1.3 1.3 3.1)

σ_{18} (3.2 2.2 1.2) $\rightarrow$ (1.1 1.1 3.1)

σ_{18} (3.2 2.2 1.3) $\rightarrow$ (1.1 1.1 3.1)

σ_{18} (3.2 2.3 1.3) $\rightarrow$ (1.1 1.1 3.1)

σ_{18} (3.3 2.3 1.3) $\rightarrow$ (1.1 1.1 3.1)

5.2.16. (1 2 3)

(3 1 3)

σ_{19} (3.1 2.1 1.1) → (3.3 1.3 3.3)

σ_{19} (3.1 2.1 1.2) → (3.3 1.3 3.1)

σ_{19} (3.1 2.1 1.3) → (3.3 1.3 3.3)

σ_{19} (3.1 2.2 1.2) → (3.3 1.1 3.1)

σ_{19} (3.1 2.2 1.3) → (3.3 1.1 3.3)

σ_{19} (3.1 2.3 1.3) → (3.3 1.3 3.3)

σ_{19} (3.2 2.2 1.2) → (3.2 1.1 3.1)

σ_{19} (3.2 2.2 1.3) → (3.1 1.1 3.3)

σ_{19} (3.2 2.3 1.3) → (3.1 1.3 3.3)

σ_{19} (3.3 2.3 1.3) → (3.3 1.3 3.3)

5.2.17. (1 2 3)

(3 2 2)

σ_{20} (3.1 2.1 1.1) → (2.3 2.3 3.3)

σ_{20} (3.1 2.1 1.2) → (2.3 2.3 3.2)

σ_{20} (3.1 2.1 1.3) → (2.3 2.3 3.2)

σ_{20} (3.1 2.2 1.2) → (2.3 2.2 3.2)

σ_{20} (3.1 2.2 1.3) → (2.3 2.2 3.2)

σ_{20} (3.1 2.3 1.3) → (2.3 2.2 3.2)

σ_{20} (3.2 2.2 1.2) → (2.2 2.2 3.2)

σ_{20} (3.2 2.2 1.3) → (2.2 2.2 3.2)

σ_{20} (3.2 2.3 1.3) → (2.2 2.2 3.2)

σ_{20} (3.3 2.3 1.3) → (2.2 2.2 3.2)

5.2.18. (1 2 3)

(3 2 3)

σ_{21} (3.1 2.1 1.1) → (3.3 2.3 3.3)

σ_{21} (3.1 2.1 1.2) → (3.3 2.3 3.2)

σ_{21} (3.1 2.1 1.3) → (3.3 2.3 3.3)

σ_{21} (3.1 2.2 1.2) → (3.3 2.2 3.2)

σ_{21} (3.1 2.2 1.3) → (3.3 2.2 3.3)

σ_{21} (3.1 2.3 1.3) → (3.3 2.3 3.3)

σ_{21} (3.2 2.2 1.2) → (3.2 2.2 3.2)

σ_{21} (3.2 2.2 1.3) → (3.2 2.2 3.3)

σ_{21}(3.2 2.3 1.3) → (3.2 2.3 3.3)

σ_{21} (3.3 2.3 1.3) → (3.3 2.3 3.3)

5.2.19. (1 2 3)

(3 3 1)

σ_{22} (3.1 2.1 1.1) → (1.3 3.3 3.3)

σ_{22} (3.1 2.1 1.2) → (1.3 3.3 3.3)

σ_{22} (3.1 2.1 1.3) → (1.3 3.3 3.1)

σ_{22} (3.1 2.2 1.2) → (1.3 3.3 3.3)

σ_{22} (3.1 2.2 1.3) → (1.3 3.3 3.1)

σ_{22} (3.1 2.3 1.3) → (1.3 3.1 3.1)

σ_{22} (3.2 2.2 1.2) → (1.3 3.3 3.3)

σ_{22} (3.2 2.2 1.3) → (1.3 3.3 3.1)

σ_{22} (3.2 2.3 1.3) → (1.3 3.1 3.1)

σ_{22} (3.3 2.3 1.3) → (1.1 3.1 3.1)

5.2.20. (1 2 3)

(3 3 2)

σ_{23} (3.1 2.1 1.1) $\rightarrow$ (2.3 3.3 3.3)

σ_{23} (3.1 2.1 1.2) $\rightarrow$ (2.3 3.3 3.3)

σ_{23} (3.1 2.1 1.3) $\rightarrow$ (2.3 3.3 3.2)

σ_{23} (3.1 2.2 1.2) $\rightarrow$ (2.3 3.3 3.3)

σ_{23} (3.1 2.2 1.3) $\rightarrow$ (2.3 3.3 3.2)

σ_{23} (3.1 2.3 1.3) $\rightarrow$ (2.3 3.2 3.2)

σ_{23} (3.2 2.2 1.2) $\rightarrow$ (2.3 3.3 33)

σ_{23} (3.2 2.2 1.3) $\rightarrow$ (2.3 3.3 3.2)

σ_{23} (3.2 2.3 1.3) $\rightarrow$ (2.3 3.2 3.2)

σ_{23} (3.3 2.3 1.3) $\rightarrow$ (2.2 3.2 3.2)

5.2.21. (1 2 3)

(3 3 3)

σ_{24} (3.1 2.1 1.1) $\rightarrow$ (3.3 2.3 1.3)

σ_{24} (3.1 2.1 1.2) $\rightarrow$ (3.3 2.3 1.3)

σ_{24} (3.1 2.1 1.3) $\rightarrow$ (3.3 2.3 1.3)

σ_{24} (3.1 2.2 1.2) $\rightarrow$ (3.3 2.3 1.3)

σ_{24} (3.1 2.2 1.3) $\rightarrow$ (3.3 2.3 1.3)

σ_{24} (3.1 2.3 1.3) $\rightarrow$ (3.3 2.3 1.3)

σ_{24} (3.2 2.2 1.2) $\rightarrow$ (3.3 2.3 1.3)

σ_{24} (3.2 2.2 1.3) $\rightarrow$ (3.3 2.3 1.3)

σ_{24} (3.2 2.3 1.3) $\rightarrow$ (3.3 2.3 1.3)

σ_{24} (3.3 2.3 1.3) $\rightarrow$ (3.3 2.3 1.3)

6. Semiotische Loops

Wie wir gezeigt haben, bilden die semiotischen Quasigruppen (PZ, $\circ_1$), (PZ, $\circ_2$) und (PZ, $\circ_3$) abelsche Gruppen, die Quasigruppen (PZ, $\circ_4$), (PZ, $\circ_5$) und (PZ, $\circ_6$) Loops, während (PZ, $\circ_1$) bis (PZ, $\circ_{12}$) "gewöhnliche" Quasigruppen sind. Da alle abelschen Gruppen ebenfalls Loops sind, prüfen wir im folgenden, ob sie auch Moufang-Loops sind, d.h. ob sie die drei Moufang-Identitäten (vgl. z.B. Goodaire, May und Raman 1999) erfüllen:

$((x\circ y)x)z = x(y(x\circ z))$ linke Moufang-Identität

$((x\circ y)z)y = x(y(z\circ y))$ rechte Moufang-Identität

$(x\circ y)(z\circ x) = (x(y\circ z))x$ mittlere Moufang-Identität

Wenn wir x = 1, y = 2 und z = 3 setzen, erhalten wir für (PZ, $\circ_1$), (PZ, $\circ_2$) und (PZ, $\circ_3$): $((1\circ 2)1)3 = 1 = 1(2(1\circ 3))$; $((1\circ 2)3)2 = 2 = 1(2(3\circ 2))$; $(1\circ 2)(3\circ 1) = 1 = (1(2\circ 3))1$.

Erfüllt ein Loop ausserdem die Bedingungen

$(x(y\circ x))z = x(y(x\circ z))$ linke Bol-Identität

$((x\circ y)z)y = x((y\circ z)y)$ rechte Bol-Identität,

so heisst er Bolscher Loop (Pflugfelder 1990, S. 112). Wir setzen wieder x = 1, y = 2 und z = 3 und erhalten für (PZ, $\circ_1$), (PZ, $\circ_2$) und (PZ, $\circ_3$): $(1(2 \circ 1))3 = 1 = 1(2(1 \circ 3))$; $((1 \circ 2)3)2 = 2 = 1((2 \circ 3)2)$.

Ein Bolscher Loop (B, $\circ$), der 1. $(xy)^{-1} = x^{-1}y^{-1}$ erfüllt und 2. für den gilt $x \rightarrow x \circ x$ ist eine Bijektion, heisst Bruckscher Loop (Pflugfelder 1990, S. 120). Hierzu brauchen wir nur 1. zu zeigen: Wir setzen wieder x = 1, y = 2 und z = 3 und erhalten für (PZ, $\circ_1$), (PZ, $\circ_2$) und (PZ, $\circ_3$): $(1 \circ 2)^{-1} = 1^{-1} \circ 2^{-1} = 3$; $(1 \circ 3)^{-1} = 1^{-1} \circ 3^{-1} = 2$; $(2 \circ 3)^{-1} = 2^{-1} \circ 3^{-1} = 1$.

Semiotische Gruppen sind also zugleich Moufangsch, Bolsch und Brucksch.

Ferner können wir feststellen, dass die kommutativen Quasigruppen (PZ, $\circ_4$), (PZ, $\circ_5$) und (PZ, $\circ_6$) totalsymmetrisch sind, da sie die Bedingungen 1. $x \circ y = y \circ x$ und 2. $x(x \circ y) = y$ erfüllen. Da 1. klar ist, zeigen wir 2.: Für (PZ, $\circ_4$) bis (PZ, $\circ_6$) bekommen wir dann: $1(1 \circ 2) = 2$, $2(2 \circ 3) = 3$, $3(3 \circ 2) = 2$, $3(3 \circ 1) = 1$, usw. Es handelt sich bei den kommutativen Quasigruppen also um Steiner-Loops (Pflugfelder 1990, S. 123).

7. Quasigruppentheoretische Konstruktionen

Die für die mathematische Semiotik wichtige Frage, ob es möglich sei, mittels kommutativer oder sogar nichtkommutativer Quasigruppen, also mit Loops, welche nicht Moufangsch sind, oder sogar mit Nicht-Loop-Gebilden, ebenfalls Zeichenklassen und Realitätsthematiken zu konstruieren, musste in Toth (2007, S. 46) offen bleiben. Immerhin konnte festgehalten werden, dass alle semiotischen Quasigruppen, welche nicht Gruppen sind, nicht-assoziativ sind, ferner gibt es natürlich kommutative und nichtkommutative Quasigruppen, was also an die entsprechenden Verhältnisse in den Zahlbereichen erinnert:

Zahlbereiche	**strukturelle Eigenschaften**		**Gruppoide**
R, **C**	kommutativ	assoziativ	(abelsche) Gruppen
H	nichtkommutativ	assoziativ	?
O	nichtkommutativ	nichtassoziativ	nichtkommutative Quasigruppen
?	kommutativ	nichtassoziativ	kommutative Quasigruppen

So entsprechen also die Moufang-Loops qua Gruppen den Körpern der reellen und der komplexen Zahlen. Eine gruppentheoretische Korrespondenz der Quaternionen könnten die nicht-abelschen Gruppen sein. Mit den Oktonionen korrespondieren die nichtkommutativen Quasigruppen, die keine Loops darstellen. Doch welcher Zahlbereich entspricht den kommutativen Quasigruppen (Loops)?

Obwohl diese Zusammenhänge weiter offen bleiben müssen, hat die vorliegende Studie folgende Zusammenhänge ergeben, die wir in Form von drei semiotischen Theoremen festhalten wollen:

Theorem 1: Die symplerotischen quasigruppentheoretischen Operationen σ_4 - σ_{12} erzeugen die semiotischen Sinnklassen, d.h. die Menge der 473 semiotischen Relationen, bei denen weder die semiotische inklusive Ordnung noch die paarweise Verschiedenheit der Relata gefordert wird.

Theorem 2: Die symplerotischen gruppentheoretischen Operationen σ_1 - σ_3 erzeugen die semiotischen Bedeutungsklassen, d.h. die Menge der 27 semiotischen Relationen, bei denen die paarweise Verschiedenheit der Relata, nicht aber die semiotische inklusive Ordnung gefordert wird.

Theorem 3: Die symplerotische gruppentheoretische Operation σ_2 erzeugt die 10 Zeichenklassen, bei denen sowohl die paarweise Verschiedenheit der Relata als auch die semiotische inklusive Ordnung gefordert wird.

Bibliographie

Bense, Max, Repräsentation und Fundierung der Realitäten. Baden-Baden 1986

Bogarin, Jorge, Symplerosis. Über komplementäre Zeichen und Realitäten. In: Semiosis 65-68, 1992, S. 87-94

Goodaire, Edgar G./May, Sean/Raman, Maitreyi, The Moufang Loops of Order Less Than 64. New York 1999

Lindner, Charles C./Evans, Trevor, Finite Embedding Theorems for Partial Desings and Algebras. Québec 1977

Pflugfelder, Hala O., Quasigroups and Loops. Berlin 1990

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. Klagenfurt 2007 (2. Aufl. 2008)

Eigenkontexturen für Zeichenklassen?

1. In Toth (2008) hatte ich semiotische Eigendimensionen eingeführt, um das Wirrwarr bei 3-dimensionalen Zeichenklassen, basierend auf triadischen Primzeichen, etwas zu entwirren. In Toth (2009a) hatte ich ferner gezeigt, dass auch die von Kaehr (2008) eingeführten polykontexturalen Indizes in ihrer Abbildung auf die Subzeichen der semiotischen Matrizen weitgehend beliebig sind. In Toth (2009b) hatte ich ferner die von Kaehr eingeführte polykontexturale Operation der Bifurkation aufgegriffen und gezeigt, wie damit kontexturale Doppel-Indizes zerlegt und die Arbitrarität der Abbildung von Kontexturen auf Zeichenklassen noch etwas weitergetrieben werden kann.

2. Die 10 Peirceschen Zeichenklassen können statt in ihrer üblichen triadisch-trichotomischen Weise notiert zu werden, auf die Folge ihrer trichotomischen Werte eineindeutig abgebildet werden (das gilt auch für die 27 Zkln, bei denen die semiotischen Inklusionsordnung aufgehoben ist):

(3.1 2.1 1.1) ↔ (1, 1, 1)

(3.1 2.1 1.2) ↔ (1, 1, 2)

(3.1 2.1 1.3) ↔ (1, 1, 3)

(3.1 2.2 1.2) ↔ (1, 2, 2)

(3.1 2.2 1.3) ↔ (1, 2, 3)

(3.1 2.3 1.3) ↔ (1, 3, 3)

(3.2 2.2 1.2) ↔ (2, 2, 2)

(3.2 2.2 1.3) ↔ (2, 2, 3)

(3.2 2.3 1.3) ↔ (2, 3, 3)

(3.3 2.3 1.3) ↔ (3, 3, 3)

Ganz egal also, ob man von den 27 oder den 10 Zkln ausgeht, gegeben das triadische Ordnungsprinzip (3., 2., 1.) einer Zeichenklasse (bzw. das duale Ordnungsprinzip (1., 2., 3.) ihrer Realitätsthematik), die Abbildung der Zahlentripel auf Zeichenklassen ist bijektiv.

3. Nun erkennt man natürlich, dass die obigen 10 Permutationen nicht die gesamte Menge der Permutationen der drei Primzeichen ausmacht. Wir haben nämlich

$\pi(1) = (1, 1, 1)$

$\pi(2) = (2, 2, 2)$

$\pi(3) = (3, 3, 3)$

$\pi(1, 2) = (1, 1, 2), (1, 2, 1), (2, 1, 1); (1, 2, 2), (2, 1, 2), (2, 2, 1)$

$\pi(1, 3) = (1, 1, 3), (1, 3, 1), (3, 1, 1); (1, 3, 3), (3, 1, 3), (3, 3, 1)$

$\pi(2, 3) = (2, 2, 3), (2, 3, 2), (3, 2, 2); (2, 3, 3), (3, 2, 3), (3, 3, 2)$

$\pi(1, 2, 3) = (1, 2, 3), (1, 3, 2), (2, 1, 3), (2, 3, 1), (3, 1, 2), (3, 2, 1)$

$\Sigma\ \pi\ (PZ) = 27.$

Nun wurde in Toth (2008) gezeigt, dass 27 als die Menge der Eigendimensionen (1, 2, 3) der 3-dimensionalen Zeichenklassen aufgefasst werden können, weil diese $\Sigma\ \pi$ (PZ) ja nichts anderes als die Menge der kombinatorisch möglichen trichotomischen Werte der entsprechenden Zeichenklassen sind.

4. Wenn wir also entsprechend dem Begriff der Eigendimensionen unter **Eigenkontexturen** die durch strukturelle Voraussetzungen einer semiotischen Relation (und nicht durch arbiträre Abbildung) vorgegenen Kontexturzahlen der drei Subzeichen einer Zeichenklasse verstehen, bekommen wir

$(3.1_1\ 2.1_1\ 1.1_1)$	$(3.1_1\ 2.2_2\ 1.1_1)$	$(3.1_1\ 2.3_3\ 1.1_1)$
$(3.1_1\ 2.1_1\ 1.2_2)$	$(3.1_1\ 2.2_2\ 1.2_2)$	$(3.1_1\ 2.3_3\ 1.2_2)$
$(3.1_1\ 2.1_1\ 1.3_3)$	$(3.1_1\ 2.2_2\ 1.3_3)$	$(3.1_1\ 2.3_3\ 1.3_3)$

$(3.2_2\ 2.1_1\ 1.1_1)$	$(3.2_2\ 2.2_2\ 1.1_1)$	$(3.2_2\ 2.3_3\ 1.1_1)$
$(3.2_2\ 2.1_1\ 1.2_2)$	$(3.2_2\ 2.2_2\ 1.2_2)$	$(3.2_2\ 2.3_3\ 1.2_2)$
$(3.2_2\ 2.1_1\ 1.3_3)$	$(3.2_2\ 2.2_2\ 1.3_3)$	$(3.2_2\ 2.3_3\ 1.3_3)$

$(3.3_3\ 2.1_1\ 1.1_1)$ $(3.3_3\ 2.2_2\ 1.1_1)$ $(3.3_3\ 2.3_3\ 1.1_1)$

$(3.3_3\ 2.1_1\ 1.2_2)$ $(3.3_3\ 2.2_2\ 1.2_2)$ $(3.3_3\ 2.3_3\ 1.2_2)$

$(3.3_3\ 2.1_1\ 1.3_3)$ $(3.3_3\ 2.2_2\ 1.3_3)$ $(3.3_3\ 2.3_3\ 1.3_3)$

Eigenkontexturen haben also die allgemeine Stuktur

Zkl: $(3.a_a\ 2.b_a\ 1.c_c) \times$ Rth: $(c.1_1\ b.2_2\ a.3_3)$.

Der Zusammenhang mit den Eigendimensionen ergibt sich als (Toth 2008):

Zkl: $(a.3.a_a\ .b2.b_b\ c.1.c_c) \times$ Rth: $(c.1_1.c\ b.2_2.b\ a.3_3.a)$ bzw.

Zkl: $(3.a_a.a\ 2.b_a.b\ 1.c_c.c) \times$ Rth: $(c.c.1_1\ b.b.2_2\ a.a.3_3)$.

Bibliographie

Kaehr, Sketch on semiotics in diamonds. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Semiotics-in-Diamonds/Semiotics-in-Diamonds.html (2008)

Toth, Alfred, Semiotische Norm- und Eigendimensionen bei Zeichenklassen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2008

Toth, Alfred, Decompositions of semiotic matrices. In: Electronic Journal for Mathematial Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Bifurkation und Eigenrealität. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009b

Was sind eigentlich Realitätsthematiken?

1. Das Verhältnis zwischen Zeichenklasse und Realitätsthematik ist nie völlig klar herausgearbeitet worden. Zunächst ist auch der Begriff "Zeichenthematik" anstatt "Zeichenklasse" gebräuchlich (z.B. Bense 1979, S. 37 ff.). Allerdings wird niemals "Realitätsklasse" anstatt "Realitätsthematik" gesagt. Darüber, was eine Zeichenklasse ist, habe ich bereits gehandelt (Toth 2009). Es handelt sich im Gegensatz zu einer mengentheoretischen Klasse nicht um eine besondere Menge von Zeichen, sondern um eines von genau 10 abstrakten Schemata, durch die effektiv auftretende (oder manifestierte) Zeichen repräsentiert oder erfüllt werden können. Eine Zeichenklasse ist also keine Menge, sondern eine modelltheoretische Erfüllungsrelation. Das ist ebenfalls nie gesagt worden. Damit gehörte die Semiotik eigentlich in die Logik bzw. Metamathematik.

2. Es stellt sich hernach die Frage, warum semiotische Repräsentationen immer in Form von "Dualsystemen" auftreten müssen (z.B. Walther 1982, wo das ganze durch Dualität verdoppelte Peircesche 10er System von Zeichenklassen aus der "eigenrealen" Zeichenklasse im Sinne eines durch sie "determinierten Dualitätssystems" abgeleitet wird). Es ist auch so, dass noch bis ca. in die Mitte der 70er Jahre nur von Zeichen und Zeichenklassen, nicht aber von Dualisierung oder Realitätsthematiken die Rede war. Im "Lexikon der Semotik" heisst es s.v. "Zeichenthematik": "Thematisierung des Gegebenen, der Welt, der Objekte, des Darstellbaren u. dgl. unter dem Aspekt der Realitionalität im Unterschied zur Seinsthematik, die das Gegebene, die Welt, die Objekte, das Darstellbare u. dgl. unter dem Aspekt der Substantialität entwickelt" (Bense und Walther 1973, S. 136). Da die "Realitätsthematik" (trotz ihres Namens) natürlich unmöglich die Seinsthematik thematisieren kann, da dies ja die ganze Idee der nur repräsentierend-zeichenvermittelt wahrnehmbaren und darstellbaren Welt aufheben würde, stellt sich die Frage nach dem Ursprung dieser weder bei Peirce noch in der früheren Stuttgart Schule existierenden "2. Zeichenthematik".

3. Bei Bense (1979, S. 38) wird das (später als "Dualsystem" bezeichnete Schema) Zkl (3.2 2.2 1.2) × Rth: (2.1 2.2 2.3) wie folgt erläutert: "Man erkennt: links steht die 'Zeichenklasse', rechts die 'Bezugsklasse', d.h. die 'Realitätsthematik' des durch die 'Zeichenklasse' bezeichneten 'Objekts', das Kreuzchen steht für die Opration der 'Dualisierung'. In diesem Falle ist also die 'Realitätsthematik' des bezeichneten 'Objekts' eine vollständige, weil jede 'vollständige Realitätsthematik' des bezeichneten 'Objekts' eine vollständige, weil jede 'vollständige Realitätsthematik' durch die Vollständigkeit mit der Trichotomie einer der drei 'Zeichenbezüge' ('M' oder 'O' oder 'I' definitorisch gegeben ist". Hier ist es also so, dass die Realitätsthematik eine formale Struktur ist, die aus der Zeichenklasse durch Dualisierung, d.h. durch Umkehr sowohl der Ordnung der

Subzeichen als auch der Primzeichen hergestellt wird. Das wirklich Besondere ist aber, wie aus Benses Formulierung leicht abzulesen ist, dass Realitätsthematiken forma-inhaltliche Strukturen zeigen, die aus ihren dualen Zeichenklassen (ohne Dualisierung) nicht abgelesen werden können. Dass etwa ein "vollständiges Objekt" den Nachweis aller drei Objektbezüge bedingt, ist ja voll und ganz unklar, wenn man sieht, dass es in der "Zeichenklasse" oder eben "Zeichenthematik" nur mit dem indexikalischen Objektzeug (2.2) repräsentiert wird. Man hat hier nachgerade den Eindruck, dass nicht die Zeichenklasse, sondern die Realitätsthematik die ideale Repräsentation eines "vollständigen Objekts" ist, d.h. (2.1 2.2 2.3), eine semiotische Klasse, die weder über einen Interpretanten- noch über einen Mittelbezug verfügt. Solche Klassen widersprechen aber dem semiotischen Gesetz der triadischen Differenziertheit, wonach jede triadische Relation, um ein Zeichen zu sein, aller drei Zeichenbezüge bedarf.

4. Sehr schnell geht Bense dann aber dazu über, Realitätsthematiken als relativ eigenständige Repräsentationen zu etablieren. Im selben Buch, aus dem die Zitate im letzten Abchnitt stammen, lesen wir: Für die Semiotik Peircescher Prägung ist "eine absolut vollständige Diversität von 'Welten' und 'Weltstücken', von 'Sein' und 'Seiendem' […] einem Bewusstsein, das über triadischen Zeichenrelationen fungiert, prinzipiell nicht repräsentierbar" (Bense 1979, S. 59). Dennoch wird das Bewußtsein verstanden als "ein die Subjekt-Objekt-Relation erzeugender zweistelliger Seinsfunktor" (Bense 1976, S. 27), denn Peirce hält "den Unterschied zwischen dem Erkenntnisobjekt und –subjekt fest, indem er beide Pole durch ihr Repräsentiert-Sein verbindet" (Walther 1989, S 76). Genauer gesagt, gibt "der Repräsentationszusammenhang der Zeichenklasse auch das erkenntnistheoretische Subjekt, der Realisationszusammenhang der Objektthematik auch das erkenntnistheoretische Objekt" an (Gfesser 1990, S. 133): "Wir setzen damit einen eigentlichen (d.h. nicht-transzendentalen) Erkenntnisbegriff voraus, dessen wesentlicher Prozeß darin besteht, faktisch zwischen (erkennbarer) 'Welt' und (erkennendem) 'Bewußtsein' zwar zu unterscheiden, aber dennoch eine reale triadische Relation, die 'Erkenntnisrelation', herzustellen" (Bense 1976: 91). Kurz gesagt, dienen also die Realitätsthematiken dazu, zusammen mit den Zeichenthematiken, denen sie engstesn d.h. durch Dualisation verbunden sind, "die Disjunktion zwischen Welt und Bewussesein" (aufzuheben), wie es schon relativ früh bei Bense (1975, S. 16) heisst.

5. Das Zeichen ist also eine Manifestation bzw. eine aktuale Instanz einer Zeichenklasse, welche nach Peirce die allgemeine Form

(3.a 2.b 1.c)

hat und durch Dualisation

×(3.a 2.b 1.c) = (c.1 b.2 a.3)

in eine Realitätsthematik transformiert wird, wobei wir die folgenden erkenntnistheoretisch-semiotischen Korrespondenzen haben:

(3.a 2.b 1.c) = Subjekt

(c.1 b.2 a.3) = Objekt

Nun ist es aber so, dass zwischen Subjekt und Objekt eine Kontexturgrenze verläuft, deren Überschreitung die Möglichkeiten der zweiwertigen aristotelischen Logik überschreitet (vgl. z.B. Kronthaler 1992). Damit ergeben sich zwei Möglichkeiten:

1. Die Semiotik, wie sie hier anhand von Zeichenklasse und Realitätsthematik dargestellt wurde, ist polykontextural, denn die Dualisationsoperation fungiert als "Trans-Operator" zwischen "Bewusstsein" und "Welt" bzw. zwischen "Subjekt" und Objekt".

2. Die Semiotik ist, wie Kaehr (2008) hervorgehoben hat, an den logischen Satz der Identität gebunden und damit trotz der "verdoppelten Zeichen-Realitäts-Repräsentation" nicht polykontextural. Um sie zu polykontexturalisieren, muss sie daher analog zur klassischen Logik umgebaut werden.

Tatsächlich ist es so, dass (2.) gilt. In einer Reihe von Arbeiten, die man in Kaehr's Webseiten und in meinem "Electronic Journal for Mathematical Semiotics" findet, wurde im Detail aufgezeigt, warum die Semiotik monokontextural ist und mit welchen Mitteln sie polykontextualisiert werden kann. Wenn dies aber so, ist dann stellt sich wieder – wie am Anfange dieser Arbeit, jedoch unter verschobenem Blickpunkt – die Frage, was denn eigentlich die durch Dualisation verdoppelte Zeichenthematik, genannt Realitätsthematik, eigentlich soll.

6. Der bereits von Bense weiter oben erwähnten monokontexturalen Zeichenklasse

(3.2 2.2 1.2)

entspricht die 3-kontexturale Zeichenklasse

(3.2_2 $2.2_{1,2}$ 1.2_1).

Wie nun Kaehr gezeigt hat, unterscheidet sich die Dualisation dieser Zeichenklasse

(2.1_1 $2.2_{2,1}$ 2.3_2)

nicht nur in der Ordnung der Sub- und Primzeichen von der Dualisaion der monokontexturalen Ausgangs-Zeichenklasse

(2.1 2.2 2.3),

sondern zusätzlich in der Umkehrung der Ordnung der Kontexturen. Dies steht im Einklang damit, dass in

(3.2 2.2 1.2) × (2.1 2.2 2.3)

Zeichen- und Realitätstematik ausser dem Index, weil er monokontextural gesehen selbst-identisch ist, auch kein weiteres Subzeichen gemein haben. Das mag man sich merken bei anderen Zeichenklassen wie

(3.1 2.1 1.2) × (2.1 1.2 1.3),

wo man auf die Täuschung hineinfallen könnte, dass Zeichen- und Realitätsthematik (2.1) und (1.2) gemeinsam haben, obwohl in Wahrheit das (2.1) der Zeichenklasse gerade das (1.2) der Realitätsthematik ist, und umgekehrt. Im 3-kontexturalen Fall haben wir also

$(3.2_{2}\ 2.2_{1,2}\ 1.2_{2}) \times (2.1_{2'}\ 2.2_{2,1}\ 2.3_{2'})$

$(3.1_{3}\ 2.1_{1}\ 1.2_{1}) \times (2.1_{1'}\ 1.2_{1'}\ 1.3_{3'})$.

Hier wurden also die einfachen Indizes zur Unterscheidung von Zeichen- und Realitätsthematik mit "Apostrophen" markiert, denn beim Übergang zu höheren Kontexturen, wo sie als Paare, Tripel, ... auftreten, würde sich diese Nicht-Identität der scheinbaren Identität von $(2.1)_1$ und $(2.1)_1$, $(1.2)_1$ und $(1.2)_1$ etc. durch weitere Indizes und nach der Dualisierung durch die Ordnung der Paare, Tripel, etc. zeigen.

Mit anderen Worten: Wir haben also sowohl im monokontexturalen Fall, d.h. z.B. bei

(3.2 2.2 1.2) × (2.1 2.2 2.3)

(3.1 2.1 1.3) × (3.1 1.2 1.3)

zwei völlig verschiedene Repräsentationsschemata vor uns. Im monokontexturalen Fall können die Realitätsthematiken deshalb nicht zu den Zeichenklassen gehören, weil die Subjekt- und Objektgrenze durch das monokontexturale Zeichen nicht überschritten werden kann, also können die Realitätsthematiken auch nicht die Objektpole einer semiotischen Erkenntisrelation repräsentieren, nämlich deshalb nicht, weil hier das logische Identitätsgesetz gültig ist. Im 3-, und allgemein: polykontexturalen Fall können die Realitätsthematiken deshalb nicht zu den Zeichenklassen gehören, weil die Zeichenklassen selbst ja durch die Indizierungen kontextuiert werden. Bei ihnen spielen sich somit die Subjekt- oder Zeichen-Objekt-Transgressionen innerhalb der Zeichenklassen ab, und die Annahme eines separaten Repräsentationsschema ist deshalb ganz überflüssig.

7. Trotzdem sollte man nicht auf "Realitätsthematiken" verzichten .- ausser vielleicht auf ihren Namen, denn wie meine eigenen Arbeiten zur mathematischen Semiotik gezeigt haben, ist die Einführung bzw. Entdeckung neuer formaler Strukturen in der Semiotik ausnahmslos sehr fruchtvoll gewesen, um das "mysteriöse" Innere der

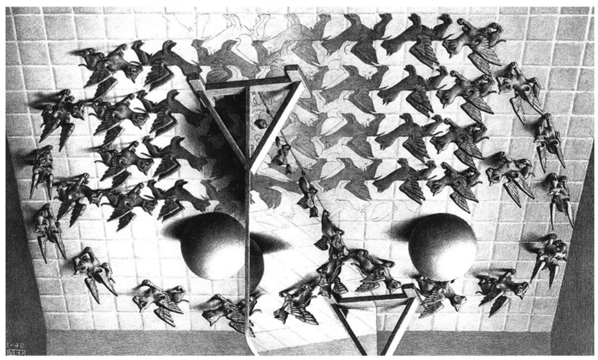
"geheimnisvollen" Zeichenwelt auf die angeblich kalte Mathematik zu fundamentieren. Wenn es erlaubt ist, ohen vorherige ausführliche Begrüdungen (die sich allerdings in meinem Arbeiten verstreut finden lassen) einen Vergleich zwischen der Dualisation und einem Mechanismus eines Gemäldes zu wagen, dann vergleiche man die abstrakten Strukturen von

(3.a 2.b 1.c) × (c.1 b.2 a.3) (monokontextural)

bzw.

(3.$a_{i,j}$ 2.$b_{k,l,m}$ 1.$c_{n,o}$) × (c.$1_{o,n}$ b.$2_{m,l,k}$ a.$3_{j,i}$) (4- bzw. polykontextural)

mit der bekannten Graphik "Zauberspiegel" von M.C. Escher (1946)



Mit den geflügelten Hunden geschieht hier im Grunde genau dasselbe wie mit den Subzeichen bei der Dualisierung: es ist eine *zweifache* Spiegelung, was Escher vielleicht mit der "realen" zweiten Kugel hinter (oder vor?) dem Spiegel andeuten wollte. Die Aussage, dass jede Welt die zugehörige duale, oder vielleicht besser komplementäre Welt hätte, klingt angesichts des Anklanges der romantischen "Gegenwelt" reichlich unexakt, aber genau das scheint die Dualisierung und scheinen die Realitätsthematiken zu leisten: sie sind eine verdoppelte bzw. 2. Seinsthematik, deren Funktion im übrigen ganz genau der klassischen logischen Negation entspricht:

NNp = p

××(3.a 2.b 1.c) = (3.a 2.b 1.c)

Es scheint also alles dafür die sprechen, dass Realitätsthematiken einfach die "negativen" Zeichenthematiken darstellen, wobei die logische Negationsoperation der semiotischen Dualisationsoperation entspricht.

Wenn man sich die semiotischen Strukturen der "Realitätsthematiken" anschaut:

×(3.1 2.1 1.1) = (1.1 1.2 1.3)

×(3.1 2.1 1.2) = (2.1 1.2 1.3)

×(3.1 2.1 1.3) = (3.1 1.2 1.3)

×(3.1 2.2 1.2) = (2.1 2.2 1.3)

×(3.1 2.2 1.3) = (3.1 2.2 1.3)

×(3.1 2.3 1.3) = (3.1 3.2 1.3)

×(3.2 2.2 1.2) = (2.1 2.2 2.3)

×(3.2 2.2 1.3) = (3.1 2.2 2.3)

×(3.2 2.3 1.3) = (3.1 3.2 2.3)

×(3.3 2.3 1.3) = (3.1 3.2 3.3),

so haben wir 3 semiotische Relationen mit nur 1 Fundamentalkategorie:

(**1**.1 **1**.2 **1**.3)

(**2**.1 **2**.2 **2**.3)

(**3**.1 **3**.2 **3**.3).

6 semiotische Relationen mit nur 2 Fundamentalkategorien (identische hervorgehoben):

(2.1 **1**.2 **1**.3)

(3.1 **1**.2 **1**.3)

(**2**.1 **2**.2 1.3)

(**3**.1 **3**.2 1.3)

(3.1 **2**.2 **2**.3)

(**3**.1 **3**.2 2.3)

sowie eine einzige (1) semiotische Relation mit allen 3 Fundamentalkategorien

(3.1 2.1 1.3)

Dieser Sachverhalt zwingt uns also, für das Negativsystem der Zeichen die Restriktion der paarweisen Verscheidenheit der 3 Fundamentalkategorien aufzuheben. Wie man ausserdem sieht, kommt die triadische Ordnung (3→2→1) nur ein einziges Mal vor, weshalb diese Restriktion ebenfalls aufgehoben werden muss. Ein kurzer Blick auf negative semiotische Strukturen wie

$(2.1\ 1.2\ 1.3) = (2.a\ 1.b\ 1.c)$ mit $a < b < c$,

zeigt, dass hier offenbar das zu ($a \leq b \leq c$) inverse Gesetz gilt. Ein Blick in tetradische und höhere Strukturen semiotischer Negativität (Toth 2007, S. 216 ff.) zeigt ferner, dass wir es hier mit Anfängen einer sehr komplexen Struktur semiotischer Negativität zu tun haben. Dasselbe gilt für die in Abhängigkeit davon stehende Thematisationsstruktur der "Realitätsthematiken". Es gibt sicher sehr viele weitere strukturelle Eigenschaften der semiotischen Negativität, die bisher deshalb nicht ans Licht gekommen ist, weil man sich auf die Untersuchung der Zeichenklassen bschränkt und die Realitätsthematiken quasi als side kicks verstanden hatte. Wie überall in der mathematischen Semiotik gilt also auch hier: Es ist unheimlich viel zu tun.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Vermittlung der Realitäten. Baden-Baden 1976

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973

Gfesser, Karl, Bemerkungen zum "Zeichenband". In: Walther, Elisabeth/ Bayer, Udo (Hrsg.), Zeichen von Zeichen für Zeichen. Festschrift für Max Bense. Baden-Baden 1990, S. 129-141

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. Klagenfurt 2007

Toth, Alfred, Zeichen und Zeichenklasse. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009

Walther, Elisabeth, Nachtrag zu Trichotomischen Triaden. In: Semiosis 27, 1982, S. 15-20

Walther, Elisabeth, Charles Sanders Peirce. Leben und Werk. Baden-Baden 1989

Strukturen positiver und negativer Zeichen

1. Wenn wir die beiden folgenden Peirceschen Zeichenklassen betrachten

(3.2 2.2 1.2) × (2.1 2.2 2.3)

(3.1 2.1 1.3) × (3.1 1.2 1.3),

so stellen wir fest, dass sich die beiden linken Relationen dadurch gleichen, dass sie jeweils nach dem Prinzip abfallender Triaden ($3 \rightarrow 2 \rightarrow 1$) gebildet sind. Dagegen zeigen die beiden Relationen rechts des ×-Zeichens folgende Ordnungen: (2=2=2´) bzw ($3 \rightarrow 1 = 1$). Ferner gilt für die a, b, c in in den linken Relationen (3.a 2.b 1.c) $a \leq b \leq c$, während für diejenigen der rechten Relationen ($a < b < c$) gilt. Während die drei Fundamentalkategorien 1, 2, 3 bei beiden rechten Relationen je einmal vertreten sind, findet sich bei der ersten Relation rechts nur die 2 und bei der zweiten Relation nur 3 und 1.

Man darf also ruhig sagen, dass sich die zwei Relationen links und rechts des ×-Zeichens strukturell vollständig voneinander unterscheiden. Trotzdem wurden diese durch den sog. Dualisationsoperator erzeugten Relationen von Bense als "Realitätsthematiken" bestimmt mit der Aufgabe, in der verdoppelten semiotisch-erkenntnistheoretischen Relation die die Subjektrelation thematisiernde Zeichenklasse als thematisierte Objektrelation zu ergänzen. Nun wurde aber in Toth (2009b) gezeigt, dass damit eine polykontexturale Zeichendefinition vorausgesetzt würde (wobei der Dualisator als Trans-Operator fungiert), welche die klassische zweiwertige Identitätslogik ausser Kraft setzen würde. Ferner ist es so, dass in der Peirce-Semiotik der Identitätssitz gilt (vgl. Kaehr 2008). Daraus folgt, dass die Peirce-Semiotik zweiwertig ist und also eine durch Dualisationsvermittlung überbrückte kontexturale Trennung von Subjekt und Objekt nicht stattfinden kann. Das Problem der von Bense als Aufgabe des Zeichens bestimmten "Vermittlung zwischen Welt und Bewusstsein" (1975, S. 16) findet innerhalb der Zeichenthematik statt, die man nach Vorschlägen Kaehrs durch polykontexturale Indizes parametrisieren kann. Damit fällt aber die Funktion der jeweils zweiten, durch Dualisation erzeugten Relation jeder semiotischen Relation weg bzw. man muss versuchen, ihre Funktion neu zu bestimmen.

2. Der Dualisator kehrt nicht nur die Reihenfolge der Subzeichen der Zeichenklasse um, sondern auch die Reihenfolge der sie konstituierenden Primzeichen. Er ist also eine doppelte Inversion:

INV1(3.1 2.1 1.1) = (1.1 2.1 3.1)

INV2(1.1 2.1 3.1) = (1.1 1.2 1.3),

d.h. ×(3.1 2.1 1.1) = INV1INV2(3.1 2.1 1.3) = INV2INV1(3.1 2.1 1.3).

Genauer betrachtet, bewirkt INV1 folgende Ersetzungen:

$3 \leftrightarrow 1$

$2 = \text{const}$

er ist also eine 2-wertige Ersetzung in einem 3-wertigen System! INV2 dagegen wechselt (a.b) in (b.a), d.h. allgemein (□■) → (■□) oder (■□) → (□■) um, er funktioniert als genauso wie der 2-wertige logische Negator.

Realitätsthematiken, so wurde in Toth (2009b) geschlossen, sind deshalb "negative Zeichen", die den "positiven Zeichen" weniger dual als eher komplementär gegenüberstehen.

Wenn wir aber dann die Liste der positiven und negativen Zeichen anschauen und die beiden hauptwertigen Ordnungen vergleichen

1	(3.1 2.1 1.1	× 1.1 1.2 1.3)	(3→2→1) vs. (1→1→1)
2	(3.1 2.1 1.2	× 2.1 1.2 1.3)	(3→2→1) vs. (2→1→1)
3	(3.1 2.1 1.3	× 3.1 1.2 1.3)	(3→2→1) vs. (3→1→1)
4	(3.1 2.2 1.2	× 2.1 2.2 1.3)	(3→2→1) vs. (2→2→1)
5	(3.1 2.2 1.3	× 3.1 2.2 1.3)	(3→2→1) vs. (3→2→1)
6	(3.1 2.3 1.3	× 3.1 3.2 1.3)	(3→2→1) vs. (3→3→1)
7	(3.2 2.2 1.2	× 2.1 2.2 2.3)	(3→2→1) vs. (2→2→2)
8	(3.2 2.2 1.3	× 3.1 2.2 2.3)	(3→2→1) vs. (3→2→2)
9	(3.2 2.3 1.3	× 3.1 3.2 2.3)	(3→2→1) vs. (3→3→2)
10	(3.3 2.3 1.3	× 3.1 3.2 3.3)	(3→2→1) vs. (3→3→3),

so steht also jeder "positiven" Zeichenklasse eine "negative" gegenüber. Streng genommen, stehen also die Zeichenklassen nicht auf der logischen Stufe von Aussagen, die verneint werden können, sondern auf der Stufe von logischen Systemen, von denen jeder seine eigene Negation besitzt. Nicht unzutreffend ist daher die bisherige Bezeichnung der Einheit aus (Zkl) × (Rth) als "Dualitäts*system*".

3. Jede Zeichenklasse hat also ihre eigene Negations- oder Komplementärklasse. Bevor wir uns zu möglichen Anwendungen äussern können, wollen wir in dieser Arbeit aber die Strukturen der Zeichennegativität einmal anschauen. Dazu ist es nötig, stets die negativen mit den positiven Zeichen vergleichend zu betrachten, denn jede Zeichenklasse hat ja ihre eigene Negativklasse. Die folgenden Angaben sind teilweise den Kap. 6.1.2. ff. meines Buches "Grundlegung einer mathematischen Semiotik

entnommen, alelrdings überarbeitet und der hiesigen Themensetzung angepasst worden.[1]

3.1. Triadische Negativität im System der 10 Zeichenklassen

1	(3.1	2.1	1.1)	×	(1.1	1.2	1.3)	1^3
2	(3.1	2.1	1.2)	×	(2.1	1.2	1.3)	$2^1 1^2$
3	(3.1	2.1	1.3)	×	(3.1	1.2	1.3)	$3^1 1^2$
4	(3.1	2.2	1.2)	×	(2.1	2.2	1.3)	$2^2 1^1$
5	(**3.1**	**2.2**	**1.3**)	×	(**3.1**	**2.2**	**1.3**)	$\mathbf{3^1 2^1 1^1}$
6	(3.1	2.3	1.3)	×	(3.1	3.2	1.3)	$3^2 1^1$
7	(3.2	2.2	1.2)	×	(2.1	2.2	2.3)	2^3
8	(3.2	2.2	1.3)	×	(3.1	2.2	2.3)	$3^1 2^2$
9	(3.2	2.3	1.3)	×	(3.1	3.2	2.3)	$3^2 2^1$
10	(3.3	2.3	1.3)	×	(3.1	3.2	3.3)	3^3

Homogene Thematisationen (HZkln×HRthn)

1	(3.1	2.1	1.1)	×	(1.1	1.2	1.3)	1^3
7	(3.2	2.2	1.2)	×	(2.1	2.2	2.3)	2^3
10	(3.3	2.3	1.3)	×	(3.1	3.2	3.3)	3^3

Dyadisch-linksgerichtete Thematisationen

2	(3.1	2.1	1.2)	×	(2.1	1.2	1.3)	$2^1 \leftarrow 1^2$
3	(3.1	2.1	1.3)	×	(3.1	1.2	1.3)	$3^1 \leftarrow 1^2$
8	(3.2	2.2	1.3)	×	(3.1	2.2	2.3)	$3^1 \leftarrow 2^2$

[1] Unterstrichen sind die thematisierenden Subzeichen, die wir zu Blöcken von Trichotomien zusammenfassen. Der Wechsel der Blöcke der Trichotomien wird durch gestrichelte Linien markiert. Ferner schreiben wir statt wie bisher üblich z.B. M-them. O neu $2^1 1^2$ oder präziser $2^1 \leftarrow 1^2$. In dieser numerischen Schreibweise bezeichnen also die „Exponenten" die Frequenzen der Subzeichen, der (meistens nicht-redundante) Pfeil zeigt die Thematisationsrichtung an.

Dyadisch-rechtsgerichtete Thematisationen

4	(3.1	2.2	1.2)	×	(2.1	2.2	1.3)	$2^2 \rightarrow 1^1$
6	(3.1	2.3	1.3)	×	(3.1	3.2	1.3)	$3^2 \rightarrow 1^1$
9	(3.2	2.3	1.3)	×	(3.1	3.2	2.3)	$3^2 \rightarrow 2^1$

Triadische Thematisation

5	(3.1	2.2	1.3)	×	(3.1	2.2	1.3)	$3^1 2^1 1^1$

Betrachten wir nun die von Walther (1982) in die Semiotik eingeführten Trichotomischen Triaden:

1	(3.1	2.1	1.1)	×	(1.1	1.2	1.3)	1^3
2	(3.1	2.1	1.2)	×	(2.1	1.2	1.3)	$2^1 \leftarrow 1^2$
3	(3.1	2.1	1.3)	×	(3.1	1.2	1.3)	$3^1 \leftarrow 1^2$

4	(3.1	2.2	1.2)	×	(2.1	2.2	1.3)	$2^2 \rightarrow 1^1$
7	(3.2	2.2	1.2)	×	(2.1	2.2	2.3)	2^3
8	(3.2	2.2	1.3)	×	(3.1	2.2	2.3)	$3^1 \leftarrow 2^2$

6	(3.1	2.3	1.3)	×	(3.1	3.2	1.3)	$3^2 \rightarrow 1^1$
9	(3.2	2.3	1.3)	×	(3.1	3.2	2.3)	$3^2 \rightarrow 2^1$
10	(3.3	2.3	1.3)	×	(3.1	3.2	3.3)	3^3

und ordnen ihnen die entsprechenden Thematisationstypen „homogen", „dyadisch von rechts" bzw. „von links thematisierend" zu:

1	(3.1	2.1	1.1)	HOM
2	(3.1	2.1	1.2)	DY-LI
3	(3.1	2.1	1.3)	DY-LI

4	(3.1	2.2	1.2)	DY-RE
7	(3.2	2.2	1.2)	HOM

8	(3.2	2.2	1.3)	DY-LI
6	(3.1	2.3	1.3)	DY-RE
9	(3.2	2.3	1.3)	DY-RE
10	(3.3	2.3	1.3)	HOM,

so erkennen wir, daß die Regel zur Bildung Trichotomischer Triaden lautet: HOM nimmt in der ersten Trichotomischen Triade den ersten, in der zweiten den zweiten und in der dritten den dritten Platz ein, und zwar nach folgendem Muster: von oben durch DY-RE verdrängt, nach unten DY-LI verdrängend.

Für die **triadische Semiotik** können wir damit folgende Ergebnisse und Probleme festhalten:

1. Thematisationsrichtung: $X^m Y^n$ mit $X \in \{1, 2, 3\}$, wobei $X = Y$ erlaubt und $m, n \in \{1, 2\}$ mit $X^m \rightarrow Y^n$, falls $m > n$ bzw. $X^m \leftarrow Y^n$, falls $m < n$. (Der Fall $m = n$ tritt nicht auf.)
2. Mehrdeutige Thematisationen und Thematisationsrichtungen gibt es bei den HZkln×HRthn 1, 7 und 10. Bei 1 und 10 könnte man aus strukturellen Gründen Links- bzw. Rechtsthematisation stipulieren; dies ist jedoch bei 7 nicht möglich. Also gibt es keine einheitlichen Thematisationsrichtungen bei den homogenen Thematisationen, d.h. bei den HZkln× HRthn.
3. Triadische Realität gibt es nur bei der (eigenrealen) Determinanten: 5. (3.1 2.2 1.3) × ($\underline{3.1\ 2.2}$ 1.3): $3^1 2^1 \rightarrow 1^1$; ($\underline{3.1}$ 2.2 $\underline{1.3}$): $3^1 \rightarrow 2^1 \leftarrow 1^1$; (3.1 $\underline{2.2\ 1.3}$): $3^1 \leftarrow 2^1 1^1$.
4. Einzig bei der triadischen Negativität tritt ein von allen übrigen strukturellen Realitäten abweichender Thematisationstyp auf, den ich „Sandwich-Thematisation“ nennen möchte: ($\underline{3.1}$ 2.2 $\underline{1.3}$): $3^1 \rightarrow 2^1 \leftarrow 1^1$.

3.2. Vergleich der triadischen Negativität der Systeme mit 10 und 27 Zeichenklassen

Wie bekannt, entstehen die 10 Zeichenklassen aus den $3^3 = 27$ möglichen triadischen Zeichenklassen durch Anwendung des Restriktionsprinzips ($a \leq b \leq c$) auf (3.a 2.b 1.c). Durch die folgende Tabelle, worin die Typen der Negativität inden 27\10 durch Asterisk markiert werden, zeigen wir, dass das System der 10 Peirceschen Zeichenklassen auch im Hinblick auf die Unterscheidung von positiven und negativen Zeichen ein strukturelles Fragment darstellt.

1	(3.1 2.1 1.1) × (1.1 $\underline{1.2\ 1.3}$)	$1^1 \rightarrow 1^2$
2	(3.1 2.1 1.2) × (2.1 $\underline{1.2\ 1.3}$)	$2^1 \rightarrow 1^2$
3	(3.1 2.1 1.3) × (3.1 $\underline{1.2\ 1.3}$)	$3^1 \rightarrow 1^2$

---

*	(3.1 2.2 1.1) × ($\underline{1.1}$ 2.2 $\underline{1.3}$)	$1^1 \rightarrow 2^1 \leftarrow 1^1$
4	(3.1 2.2 1.2) × ($\underline{2.1\ 2.2}$ 1.3)	$2^2 \rightarrow 1^1$
5	(3.1 2.2 1.3) × ($\underline{3.1}$ $\underline{2.2}$ $\underline{1.3}$)	$3^1 \leftrightarrow 2^1 \leftrightarrow 1^1$

---

*	(3.1 2.3 1.1) × ($\underline{1.1}$ 3.2 $\underline{1.3}$)	$1^1 \rightarrow 3^1 \leftarrow 1^1$
*	(3.1 2.3 1.2) × ($\underline{2.1}$ $\underline{3.2}$ $\underline{1.3}$)	$2^1 \leftrightarrow 3^1 \leftrightarrow 1^1$
6	(3.1 2.3 1.3) × ($\underline{3.1\ 3.2}$ 1.3)	$3^2 \rightarrow 1^1$

---

*	(3.2 2.1 1.1) × ($\underline{1.1\ 1.2}$ 2.3)	$1^2 \rightarrow 2^1$
7	(3.2 2.1 1.2) × ($\underline{2.1}$ 1.2 $\underline{2.3}$)	$2^1 \rightarrow 1^1 \leftarrow 2^1$
*	(3.2 2.2 1.3) × ($\underline{3.1}$ $\underline{1.2}$ $\underline{2.3}$)	$3^1 \leftrightarrow 1^1 \leftrightarrow 2^1$

---

*	(3.2 2.2 1.1) × (1.1 $\underline{2.2\ 2.3}$)	$1^1 \leftarrow 2^2$
*	(3.2 2.2 1.2) × (2.1 $\underline{2.2\ 2.3}$)	$2^1 \leftarrow 2^2$
8	(3.2 2.2 1.3) × (3.1 $\underline{2.2\ 2.3}$)	$3^1 \leftarrow 2^2$

---

*	(3.2 2.3 1.1) × ($\underline{1.1}$ $\underline{3.2}$ $\underline{2.}$3)	$1^1 \leftrightarrow 3^1 \leftrightarrow 2^1$
*	(3.2 2.3 1.2) × ($\underline{2.1}$ 3.2 $\underline{2.3}$)	$2^1 \rightarrow 3^1 \leftarrow 2^1$
9	(3.2 2.3 1.3) × ($\underline{3.1}$ $\underline{3.2}$ 2.3)	$3^2 \rightarrow 2^1$

---

*	(3.3 2.1 1.1) × ($\underline{1.1\ 1.2}$ 3.3)	$2^2 \leftarrow 3^1$
*	(3.3 2.1 1.2) × ($\underline{2.1}$ $\underline{1.2}$ $\underline{3.3}$)	$2^1 \leftrightarrow 1^1 \leftrightarrow 3^1$
*	(3.3 2.1 1.3) × ($\underline{3.1}$ 1.2 $\underline{3.3}$)	$3^1 \rightarrow 1^1 \leftarrow 3^1$

---

*	(3.3 2.2 1.1) × ($\underline{1.1}$ $\underline{2.2}$ $\underline{3.3}$)	$1^1 \leftrightarrow 2^1 \leftrightarrow 3^1$
*	(3.3 2.2 1.2) × ($\underline{2.1\ 2.2}$ 3.3)	$2^1 \leftarrow 3^1$
*	(3.3 2.2 1.3) × ($\underline{3.1}$ 2.2 $\underline{3.3}$)	$3^1 \rightarrow 2^1 \leftarrow 3^1$

---

*	(3.3 2.3 1.1) × (1.1 $\underline{3.2\ 3.3}$)	$1^1 \leftarrow 3^2$
*	(3.3 2.3 1.2) × (2.1 $\underline{3.2\ 3.3}$)	$2^1 \leftarrow 3^2$
10	(3.3 2.3 1.3) × (3.1 $\underline{3.2\ 3.3}$)	$3^1 \leftarrow 3^2$

Allgemein ist es also so, dass es zwischen einer dyadisch-fallenden (rechtsgerichteten) oder dyadisch-steigenden (linksgerichteten) Negativität

$X^a \rightarrow Y^b$ bzw. $X^a \leftarrow Y^b$

immer ein Paar von gerichteten (zentripetalen) ($\rightarrow$ X $\leftarrow$) oder äquivalenten ($\leftrightarrow$ X $\leftrightarrow$) triadischen Negativitäten (Sandwiches) gibt, die demnach die beiden obigen dyadischen Negativitäten miteinander vermitteln:

----

* $(3.2\ 2.1\ 1.1) \times (\underline{1.1\ 1.2}\ 2.3)$ $1^2 \rightarrow 2^1$

7 $(3.2\ 2.1\ 1.2) \times (\underline{2.1}\ 1.2\ \underline{2.3})$ $2^1 \rightarrow 1^1 \leftarrow 2^1$

* $(3.2\ 2.2\ 1.3) \times (\underline{3.1}\ \underline{1.2}\ \underline{2.3})$ $3^1 \leftrightarrow 1^1 \leftrightarrow 2^1$

----

* $(3.2\ 2.2\ 1.1) \times (1.1\ \underline{2.2\ 2.3})$ $1^1 \leftarrow 2^2$

3.3. Tetradische Negativität

1	(3.0 2.0 1.0 0.0)	×	$(\underline{0.0\ 0.1\ 0.2\ 0.3})$	0^4
2	(3.0 2.0 1.0 0.1)	×	$(1.0\ \underline{0.1\ 0.2\ 0.3})$	$1^1 0^3$
3	(3.0 2.0 1.0 0.2)	×	$(2.0\ \underline{0.1\ 0.2\ 0.3})$	$2^1 0^3$
4	(3.0 2.0 1.0 0.3)	×	$(3.0\ \underline{0.1\ 0.2\ 0.3})$	$3^1 0^3$
5	(3.0 2.0 1.1 0.1)	×	$(1.0\ 1.1\ \underline{0.2\ 0.3})$	$1^2 0^2$
6	(3.0 2.0 1.1 0.2)	×	$(2.0\ 1.1\ \underline{0.2\ 0.3})$	$2^1 1^1 0^2$
7	(3.0 2.0 1.1 0.3)	×	$(3.0\ 1.1\ \underline{0.2\ 0.3})$	$3^1 1^1 0^2$
8	(3.0 2.0 1.2 0.2)	×	$(2.0\ 2.1\ \underline{0.2\ 0.3})$	$2^2 0^2$
9	(3.0 2.0 1.2 0.3)	×	$(3.0\ 2.1\ \underline{0.2\ 0.3})$	$3^1 2^1 0^2$
10	(3.0 2.0 1.3 0.3)	×	$(3.0\ 3.1\ \underline{0.2\ 0.3})$	$3^2 0^2$
11	(3.0 2.1 1.1 0.1)	×	$(1.0\ 1.1\ 1.2\ \underline{0.3})$	$1^3 0^1$
12	(3.0 2.1 1.1 0.2)	×	$(2.0\ 1.1\ 1.2\ \underline{0.3})$	$2^1 1^2 0^1$
13	(3.0 2.1 1.1 0.3)	×	$(3.0\ 1.1\ 1.2\ \underline{0.3})$	$3^1 1^2 0^1$

14	(3.0	2.1	1.2	0.2)	×	(2.0	2.1	1.2	0.3)	$2^2 1^1 0^1$
15	**(3.0**	**2.1**	**1.2**	**0.3)**	**×**	**(3.0**	**2.1**	**1.2**	**0.3)**	$\mathbf{3^1 2^1 1^1 0^1}$
16	(3.0	2.1	1.3	0.3)	×	(3.0	3.1	1.2	0.3)	$3^2 1^1 0^1$
17	(3.0	2.2	1.2	0.2)	×	(2.0	2.1	2.2	0.3)	$2^3 0^1$
18	(3.0	2.2	1.2	0.3)	×	(3.0	2.1	2.2	0.3)	$3^1 2^2 0^1$
19	(3.0	2.2	1.3	0.3)	×	(3.0	3.1	2.2	0.3)	$3^2 2^1 0^1$
20	(3.0	2.3	1.3	0.3)	×	(3.0	3.1	3.2	0.3)	$3^3 0^1$
21	(3.1	2.1	1.1	0.1)	×	(1.0	1.1	1.2	1.3)	1^4
22	(3.1	2.1	1.1	0.2)	×	(2.0	1.1	1.2	1.3)	$2^1 1^3$
23	(3.1	2.1	1.1	0.3)	×	(3.0	1.1	1.2	1.3)	$3^1 1^3$
24	(3.1	2.1	1.2	0.2)	×	(2.0	2.1	1.2	1.3)	$2^2 1^2$
25	(3.1	2.1	1.2	0.3)	×	(3.0	2.1	1.2	1.3)	$3^1 2^1 1^2$
26	(3.1	2.1	1.3	0.3)	×	(3.0	3.1	1.2	1.3)	$3^2 1^2$
27	(3.1	2.2	1.2	0.2)	×	(2.0	2.1	2.2	1.3)	$2^3 1^1$
28	(3.1	2.2	1.2	0.3)	×	(3.0	2.1	2.2	1.3)	$3^1 2^2 1^1$
29	(3.1	2.2	1.3	0.3)	×	(3.0	3.1	2.2	1.3)	$3^2 2^1 1^1$
30	(3.1	2.3	1.3	0.3)	×	(3.0	3.1	3.2	1.3)	$3^3 1^1$
31	(3.2	2.2	1.2	0.2)	×	(2.0	2.1	2.2	2.3)	2^4
32	(3.2	2.2	1.2	0.3)	×	(3.0	2.1	2.2	2.3)	$3^1 2^3$
33	(3.2	2.2	1.3	0.3)	×	(3.0	3.1	2.2	2.3)	$3^2 2^2$
34	(3.2	2.3	1.3	0.3)	×	(3.0	3.1	3.2	2.3)	$3^3 2^1$
35	(3.3	2.3	1.3	0.3)	×	(3.0	3.1	3.2	3.3	3^4

Die tetradischen Thematisationstypen sind:

Homogene Thematisationen (HZkln×HRthn)

1	(3.0	2.0	1.0	0.0)	×	(0.0	0.1	0.2	0.3)	0^4
21	(3.1	2.1	1.1	0.1)	×	(1.0	1.1	1.2	1.3)	1^4
31	(3.2	2.2	1.2	0.2)	×	(2.0	2.1	2.2	2.3)	2^4
35	(3.3	2.3	1.3	0.3)	×	(3.0	3.1	3.2	3.3)	3^4

Dyadisch-linksgerichtete Thematisationen

2	(3.0	2.0	1.0	0.1)	×	(1.0	0.1	0.2	0.3)	$1^1 \leftarrow 0^3$
3	(3.0	2.0	1.0	0.2)	×	(2.0	0.1	0.2	0.3)	$2^1 \leftarrow 0^3$
4	(3.0	2.0	1.0	0.3)	×	(3.0	0.1	0.2	0.3)	$3^1 \leftarrow 0^3$
22	(3.1	2.1	1.1	0.2)	×	(2.0	1.1	1.2	1.3)	$2^1 \leftarrow 1^3$
23	(3.1	2.1	1.1	0.3)	×	(3.0	1.1	1.2	1.3)	$3^1 \leftarrow 1^3$
32	(3.2	2.2	1.2	0.3)	×	(3.0	2.1	2.2	2.3)	$3^1 \leftarrow 2^3$

Dyadisch-rechtsgerichtete Thematisationen

11	(3.0	2.1	1.1	0.1)	×	(1.0	1.1	1.2	0.3)	$1^3 \rightarrow 0^1$
17	(3.0	2.2	1.2	0.2)	×	(2.0	2.1	2.2	0.3)	$2^3 \rightarrow 0^1$
20	(3.0	2.3	1.3	0.3)	×	(3.0	3.1	3.2	0.3)	$3^3 \rightarrow 0^1$
27	(3.1	2.2	1.2	0.2)	×	(2.0	2.1	2.2	1.3)	$2^3 \rightarrow 1^1$
30	(3.1	2.3	1.3	0.3)	×	(3.0	3.1	3.2	1.3)	$3^3 \rightarrow 1^1$
34	(3.2	2.3	1.3	0.3)	×	(3.0	3.1	3.2	2.3)	$3^3 \rightarrow 2^1$

Sandwich-Thematisationen

5	(3.0	2.0	1.1	0.1)	×	(1.0	1.1	0.2	0.3)	$1^2 \leftrightarrow 0^2$
8	(3.0	2.0	1.2	0.2)	×	(2.0	2.1	0.2	0.3)	$2^2 \leftrightarrow 0^2$
10	(3.0	2.0	1.3	0.3)	×	(3.0	3.1	0.2	0.3)	$3^2 \leftrightarrow 0^2$
24	(3.1	2.1	1.2	0.2)	×	(2.0	2.1	1.2	1.3)	$2^2 \leftrightarrow 1^2$
26	(3.1	2.1	1.3	0.3)	×	(3.0	3.1	1.2	1.3)	$3^2 \leftrightarrow 1^2$

33 (3.2 2.2 1.3 0.3) × ($\underline{3.0\ 3.1}$ $\underline{2.2\ \ 2.3}$) $3^2 \leftrightarrow 2^2$

Triadisch-linksgerichtete triadische Thematisationen

6 (3.0 2.0 1.1 0.2) × (2.0 1.1 $\underline{0.2\ \ 0.3}$) $2^1 1^1 \leftarrow 0^2$

7 (3.0 2.0 1.1 0.3) × (3.0 0.1 $\underline{0.2\ \ 0.3}$) $3^1 1^1 \leftarrow 0^2$

9 (3.0 2.0 1.2 0.3) × (3.0 2.1 $\underline{0.2\ \ 0.3}$) $3^1 2^1 \leftarrow 0^2$

25 (3.1 2.1 1.2 0.3) × (3.0 2.1 $\underline{1.2\ \ 1.3}$) $3^1 2^1 \leftarrow 1^2$

Triadisch-rechtsgerichtete triadische Thematisationen

14 (3.0 2.1 1.2 0.2) × ($\underline{2.0\ 2.1}$ 1.2 0.3) $2^2 \rightarrow 1^1 0^1$

16 (3.0 2.1 1.3 0.3) × ($\underline{3.0\ 3.1}$ 1.2 0.3) $3^2 \rightarrow 1^1 0^1$

19 (3.0 2.2 1.3 0.3) × ($\underline{3.0\ 3.1}$ 2.2 0.3) $3^2 \rightarrow 2^1 0^1$

29 (3.1 2.2 1.3 0.3) × ($\underline{3.0\ 3.1}$ 2.2 1.3) $3^2 \rightarrow 2^1 1^1$

Sandwich-Thematisationen (nur zentrifugal)

12 (3.0 2.1 1.1 0.2) × (2.0 $\underline{1.1\ \ 1.2}$ 0.3) $2^1 \leftarrow 1^2 \rightarrow 0^1$

13 (3.0 2.1 1.1 0.3) × (3.0 $\underline{1.1\ \ 1.2}$ 0.3) $3^1 \leftarrow 1^2 \rightarrow 0^1$

18 (3.0 2.2 1.2 0.3) × (3.0 $\underline{2.1\ \ 2.2}$ 0.3) $3^1 \leftarrow 2^2 \rightarrow 0^1$

28 (3.1 2.2 1.2 0.3) × (3.0 $\underline{2.1\ \ 2.2}$ 1.3) $3^1 \leftarrow 2^2 \rightarrow 1^1$

Tetradische Thematisation

15 (3.0 2.1 1.2 0.3) × (3.0 2.1 1.2 0.3) $3^1 2^1 1^1 0^1$

Die bei der triadischen Semiotik formulierte Regel zur Bildung Trichotomischer Triaden ist offenbar so allgemein, daß sie auch zur Bildung Tetratomischer Tetraden benutzt werden kann. Anders als bei ersterer, muß hier jedoch unterschieden werden zwischen dyadischer und triadischer Thematisation, so daß wir also **zwei** Systeme von Tetratomischen Tetraden erhalten:

Tetratomische Tetraden dyadischer Thematisation:

1 (3.0 2.0 1.0 0.0) × ($\underline{0.0\ 0.1\ \ 0.2\ \ 0.3}$) 0^4 HOM

2 (3.0 2.0 1.0 0.1) × (1.0 $\underline{0.1\ \ 0.2\ \ 0.3}$) $1^1 \leftarrow 0^3$ LI

3 (3.0 2.0 1.0 0.2) × (2.0 $\underline{0.1\ \ 0.2\ \ 0.3}$) $2^1 \leftarrow 0^3$ LI

4	(3.0	2.0	1.0	0.3)	×	(3.0 $\underline{0.1\ \ 0.2\ \ 0.3}$)	$3^1 \leftarrow 0^3$	LI
11	(3.0	2.1	1.1	0.1)	×	($\underline{1.0\ 1.1\ 1.2}$ 0.3)	$1^3 \rightarrow 0^1$	RE
21	(3.1	2.1	1.1	0.1)	×	($\underline{1.0\ 1.1\ 1.2\ \ 1.3}$)	1^4	HOM
22	(3.1	2.1	1.1	0.2)	×	(2.0 $\underline{1.1\ 1.2\ \ 1.3}$)	$2^1 \leftarrow 1^3$	LI
23	(3.1	2.1	1.1	0.3)	×	(3.0 $\underline{1.1\ 1.2\ \ 1.3}$)	$3^1 \leftarrow 1^3$	LI
17	(3.0	2.2	1.2	0.2)	×	($\underline{2.0\ 2.1\ 2.2}$ 0.3)	$2^3 \rightarrow 0^1$	RE
27	(3.1	2.2	1.2	0.2)	×	($\underline{2.0\ 2.1\ 2.2}$ 1.3)	$2^3 \rightarrow 1^1$	RE
31	(3.2	2.2	1.2	0.2)	×	($\underline{2.0\ 2.1\ 2.2\ \ 2.3}$)	2^4	HOM
32	(3.2	2.2	1.2	0.3)	×	(3.0 $\underline{2.1\ 2.2\ \ 2.3}$)	$3^1 \leftarrow 2^3$	LI
20	(3.0	2.3	1.3	0.3)	×	($\underline{3.0\ 3.1\ \ 3.2}$ 0.3)	$3^3 \rightarrow 0^1$	RE
30	(3.1	2.3	1.3	0.3)	×	($\underline{3.0\ 3.1\ \ 3.2}$ 1.3)	$3^3 \rightarrow 1^1$	RE
34	(3.2	2.3	1.3	0.3)	×	($\underline{3.0\ 3.1\ \ 3.2}$ 2.3)	$3^3 \rightarrow 2^1$	RE
35	(3.3	2.3	1.3	0.3)	×	($\underline{3.0\ 3.1\ \ 3.2\ \ 3.3}$)	3^4	HOM

Die (im folgenden fett markierten) Sandwich-Thematisationen haben bei den Tetratomischen Tetraden dyadischer Thematisation offenbar keine direkte Bedeutung; sie schaffen lediglich semiosische Übergänge zwischen Paaren von links- und rechtsgerichteten dyadischen Thematisationen:

2	(3.0	2.0	1.0	0.1)	×	(1.0 $\underline{0.1\ \ 0.2\ \ 0.3}$)	$1^1 \leftarrow 0^3$
5	(**3.0**	**2.0**	**1.1**	**0.1**)	×	($\underline{\mathbf{1.0\ 1.1}}$ $\underline{\mathbf{0.2\ \ 0.3}}$)	$\mathbf{1^2 \leftrightarrow 0^2}$
11	(3.0	2.1	1.1	0.1)	×	($\underline{1.0\ 1.1\ \ 1.2}$ 0.3)	$1^3 \rightarrow 0^1$
3	(3.0	2.0	1.0	0.2)	×	(2.0 $\underline{0.1\ \ 0.2\ \ 0.3}$)	$2^1 \leftarrow 0^3$
8	(**3.0**	**2.0**	**1.2**	**0.2**)	×	($\underline{\mathbf{2.0\ 2.1}}$ $\underline{\mathbf{0.2\ \ 0.3}}$)	$\mathbf{2^2 \leftrightarrow 0^2}$
17	(3.0	2.2	1.2	0.2)	×	($\underline{2.0\ 2.1\ \ 2.2}$ 0.3)	$2^3 \rightarrow 0^1$

4	(3.0	2.0	1.0	0.3)	×	(3.0 $\underline{0.1\ \ 0.2\ \ 0.3}$)	$3^1 \leftarrow 0^3$
10	(**3.0**	**2.0**	**1.3**	**0.3**)	×	($\underline{\mathbf{3.0\ 3.1}}$ $\underline{\mathbf{0.2\ \ 0.3}}$)	$\mathbf{3^2 \leftrightarrow 0^2}$
20	(3.0	2.3	1.3	0.3)	×	($\underline{3.0\ 3.1\ \ 3.2}$ 0.3)	$3^3 \rightarrow 0^1$

22	(3.1	2.1	1.1	0.2)	×	(2.0 $\underline{1.1\ \ 1.2\ \ 1.3}$)	$2^1 \leftarrow 1^3$
24	(**3.1**	**2.1**	**1.2**	**0.2**)	×	($\underline{\mathbf{2.0\ 2.1}}$ $\underline{\mathbf{1.2\ \ 1.3}}$)	$\mathbf{2^2 \leftrightarrow 1^2}$
27	(3.1	2.2	1.2	0.2)	×	($\underline{2.0\ 2.1\ \ 2.2}$ 1.3)	$2^3 \rightarrow 1^1$

23	(3.1	2.1	1.1	0.3)	×	(3.0 $\underline{1.1\ \ 1.2\ \ 1.3}$)	$3^1 \leftarrow 1^3$
26	(**3.1**	**2.1**	**1.3**	**0.3**)	×	($\underline{\mathbf{3.0\ 3.1}}$ $\underline{\mathbf{1.2\ \ 1.3}}$)	$\mathbf{3^2 \leftrightarrow 1^2}$
30	(3.1	2.3	1.3	0.3)	×	($\underline{3.0\ 3.1\ \ 3.2}$ 1.3)	$3^3 \rightarrow 1^1$

32	(3.2	2.2	1.2	0.3)	×	(3.0 $\underline{2.1\ \ 2.2\ \ 2.3}$)	$3^1 \leftarrow 2^3$
33	(**3.2**	**2.2**	**1.3**	**0.3**)	×	($\underline{\mathbf{3.0\ 3.1}}$ $\underline{\mathbf{2.2\ \ 2.3}}$)	$\mathbf{3^2 \leftrightarrow 2^2}$
34	(3.2	2.3	1.3	0.3)	×	($\underline{3.0\ 3.1\ \ 3.2}$ 2.3)	$3^3 \rightarrow 2^1$

Tetratomische Tetraden triadischer Thematisation (SA bezeichnet Sandwich):

1	(3.0	2.0	1.0	0.0)	×	($\underline{0.0\ 0.1\ \ 0.2\ \ 0.3}$)	$\underline{0}^4$	HOM
6	(3.0	2.0	1.1	0.2)	×	(2.0 1.1 $\underline{0.2\ \ 0.3}$)	$2^1\underline{1}^1 \leftarrow 0^2$	LI
9	(3.0	2.0	1.2	0.3)	×	(3.0 2.1 $\underline{0.2\ \ 0.3}$)	$3^1\underline{2}^1 \leftarrow 0^2$	LI
7	(3.0	2.0	1.1	0.3)	×	(3.0 1.1 $\underline{0.2\ \ 0.3}$)	$\underline{3}^1 1^1 \leftarrow 0^2$	LI

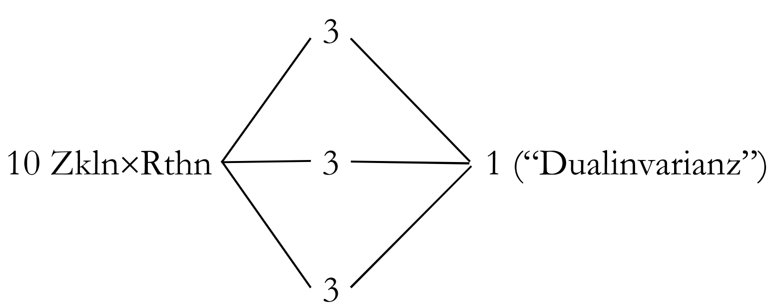
12	(3.0	2.1	1.1	0.2)	×	(2.0 $\underline{1.1\ \ 1.2}$ 0.3)	$2^1 \leftarrow 1^2 \rightarrow \underline{0}^1$	SARE
21	(3.1	2.1	1.1	0.1)	×	($\underline{1.0\ 1.1\ \ 1.2\ \ 1.3}$)	$\underline{1}^4$	HOM
25	(3.1	2.1	1.2	0.3)	×	(3.0 2.1 $\underline{1.2\ \ 1.3}$)	$3^1\underline{2}^1 \leftarrow 1^2$	LI

13	(3.0	2.1	1.1	0.3)	×	(3.0	$\underline{1.1\ \ 1.2}$		0.3)	$\underline{3}^1\leftarrow 1^2\rightarrow 0^1$	SALI
14	(3.0	2.1	1.2	0.2)	×	($\underline{2.0\ 2.1}$		1.2	0.3)	$2^2\rightarrow 1^1\underline{0}^1$	RE
28	(3.1	2.2	1.2	0.3)	×	(3.0	$\underline{2.1\ \ 2.2}$		1.3)	$3^1\leftarrow 2^2\rightarrow \underline{1}^1$	SARE
31	(3.2	2.2	1.2	0.2)	×	($\underline{2.0\ 2.1\ \ 2.2\ \ 2.3}$)				$\underline{2}^4$	HOM
18	(3.0	2.2	1.2	0.3)	×	(3.0	$\underline{2.1\ \ 2.2}$		0.3)	$\underline{3}^1\leftarrow 2^2\rightarrow 0^1$	SALI
16	(3.0	2.1	1.3	0.3)	×	($\underline{3.0\ 3.1}$		1.2	0.3)	$3^2\rightarrow 1^1\underline{0}^1$	RE
29	(3.1	2.2	1.3	0.3)	×	($\underline{3.0\ 3.1}$		2.2	1.3)	$3^2\rightarrow 2^1\underline{1}^1$	RE
19	(3.0	2.2	1.3	0.3)	×	($\underline{3.0\ 3.1}$		2.2	0.3)	$3^2\rightarrow \underline{2}^1 0^1$	RE
35	(3.3	2.3	1.3	0.3)	×	($\underline{3.0\ 3.1\ \ 3.2\ \ 3.3}$)				$\underline{3}^4$	HOM

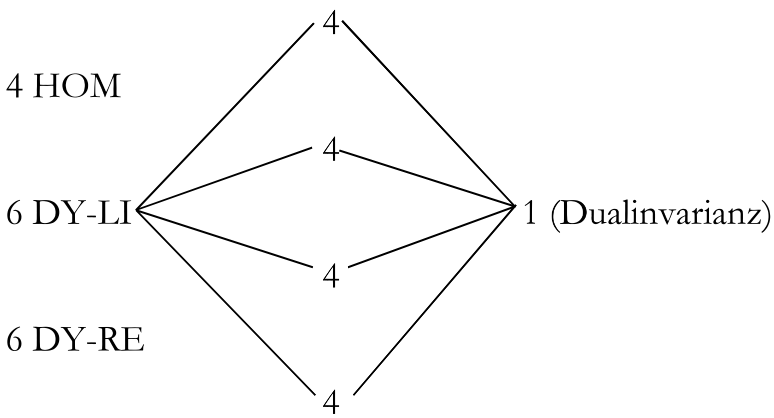
Bei den tetratomischen Tetraden triadischer Thematisation sind also die Sandwich-Thematisationen voll im System integriert.

Die folgende Übersicht schematisiert den Aufbau Trichotomischer Triaden, Tetratomischer Tetraden dyadischer Thematisation und Tetratomischer Tetraden triadischer Thematisation. Bei letzteren treten die Sandwich-Thematisationen als SALI und SARE teilweise an die Stelle von LI und RE.

Trichotomische Triaden

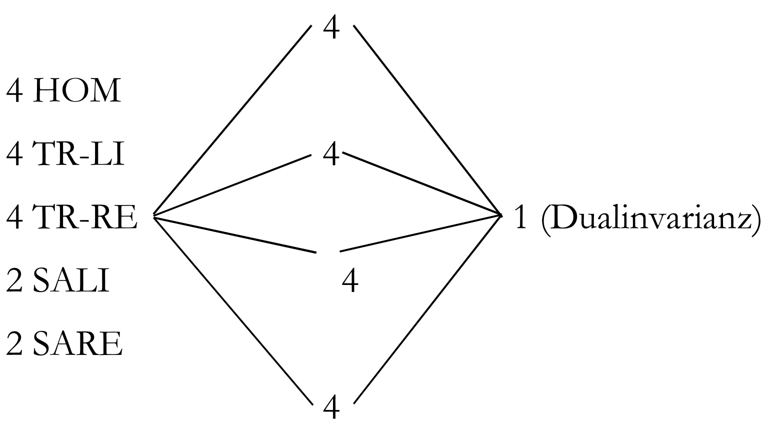


Tetratomische Tetraden dyadischer Thematisation



(Keine Sandwich-Thematisationen.)

Triadische Thematisation



(Mit Sandwich-Thematisationen.)

Für die **tetradische Semiotik** können wir folgende Ergebnisse und Probleme festhalten:

1. Bei den triadischen Thematisationen treten erstmals solche vom Typ $X^mY^m \leftarrow Z^{2m}$ bzw $Z^{2m} \rightarrow X^mY^m$ auf. Hier wurde die Thematisationsrichtung gemäß der größten Frequenz einer einzelnen Kategorie festgelegt.

2. Während die Sandwiches der dyadischen Thematisationen vom Typ $X^m \leftrightarrow Y^m$ sind, sind diejenigen der triadischen Thematisationen vom Typ $X^m \leftarrow Y^{2m} \rightarrow Z^m$. Da man sich auch eine (in der pentadischen Semiotik tatsächlich auftretende) Struktur $X^m \rightarrow Y^{2m} \leftarrow Z^m$ denken kann, nannten wir die erste zentrifugal und nennen wir die zweite zentripetal.

3. Tetradische Negativität gibt es nur bei der (eigenrealen) Determinanten. Rein theoretisch sind folgende 10 Thematisationstypen möglich: 15 (3.0 2.1 1.2 0.3) × ($\underline{3.0\ 2.1\ 1.2}$ 0.3): $3^1 2^1 1^1 \rightarrow 0^1$; ($\underline{3.0\ 2.1}$ 1.2 0.3): $3^1 2^1 \rightarrow 1^1 0^1$; ($\underline{3.0}$ 2.1 1.2 0.3): $3^1 \rightarrow 2^1 1^1 0^1$; (3.0 $\underline{2.1\ 1.2\ 0.3}$): $3^1 \leftarrow 2^1 1^1 0^1$; (3.0 2.1 $\underline{1.2\ 0.3}$): $3^1 2^1 \leftarrow 1^1 0^1$; (3.0 2.1 1.2 $\underline{0.3}$): $3^1 2^1 1^1 \leftarrow 0^1$; ($\underline{3.0}$ 2.1 1.2 $\underline{0.3}$): $3^1 \rightarrow 2^1 1^1 \leftarrow 0^1$; (3.0 $\underline{2.1\ 1.2}$ 0.3): $3^1 \leftarrow 2^1 1^1 \rightarrow 0^1$; (3.0 $\underline{2.1}$ 1.2 0.3): $3^1 \leftarrow 2^1 \rightarrow 1^1 0^1$; (3.0 2.1 $\underline{1.2}$ 0.3): $3^1 2^1 \leftarrow 1^1 \rightarrow 0^1$. Man könnte die Regel aufstellen: $X^m Y^m Z^m \rightarrow A^m$ wegen $3m > m$. Dann würden die Typen $3^1 \rightarrow 2^1 1^1 0^1$ und $3^1 2^1 1^1 \leftarrow 0^1$ als regelwidrig entfallen. Unklar bleiben dann aber immer noch $3^1 2^1 \rightarrow 1^1 0^1$ und $3^1 2^1 \leftarrow 1^1 0^1$. Von den vier Sandwiches sind die beiden letzten rechts- bzw. linksmehrfach.

3.4. Pentadische Negativität

Für die pentadische **Semiotik** können wir folgende Ergebnisse und Probleme festhalten (Toth 2007, S. 223 f.):

1. Neben dyadischen und triadischen treten erwartungsgemäß nun tetradische Thematisationstypen auf.
2. Bei den triadischen Thematisationen tauchen Typen der Form $X^m Y^m \leftarrow Z^n$ bzw. $Z^n \rightarrow X^m Y^m$ mit $n \leq 3$ auf. An Sandwich-Thematisationen erscheinen nun zentrifugale der Form $X^m \leftarrow Y^n \rightarrow Z^m$ neben zentripetalen der Form $X^m \rightarrow Y^n \leftarrow Z^m$.
3. Bei den tetradischen Thematisationen treten Typen der Form $X^m Y^m Z^m \leftarrow A^n$ bzw. $A^n \rightarrow X^m Y^m Z^m$ auf. Als neuer Typ von Sandwich-Thematisationen erscheinen linksmehrfache Sandwiches der Form $X^m Y^m \leftarrow A^n \rightarrow Z^m$ sowie rechtsmehrfache der Form $X^m \leftarrow A^n \rightarrow Y^m Z^m$, die bereits in der tetradischen Realität der Tetratomischen Tetraden erstmals auftauchten.
4. Pentadische Realität gibt es nur bei der (eigenrealen) Determinanten.
5. Als wichtigstes Resultat ergibt sich jedoch, daß die zu erwartenden Pentatomischen Pentaden (dyadischer, triadischer und tetradischer Thematisation) nicht konstruierbar sind, da die Regel zur Bildung Trichotomischer Triaden, die noch bei den Tetratomischen Tetraden Anwendung fand, hier offenbar nicht mehr anwendbar ist, da von den zahlreichen neu auftretenden Sandwiches nicht klar ist, ob und wie sie in die Pentatomischen Pentaden integriert sind.

3.5. Hexadische Negativität

Für die hexadische Semiotik können wir schließlich folgende Ergebnisse und Probleme festhalten (vgl. Toth 2007, S. 224):

1. Erwartungsgemäß treten neben dyadischen, triadischen und tetradischen nun auch pentadische Thematisationstypen auf.
2. Bei den dyadischen Thematisationen treten Sandwiches unklarer Thematisationsrichtung der Form $X^m \leftrightarrow Y^m$ auf.
3. Bei den triadischen Thematisationen sind die Thematisationsrichtungen im Grunde unklar. Versuchsweise könnten drei Gruppen gebildet werden: 1. Solche, deren linke Kategorie die Gestalt X^1 hat, 2. Solche, deren rechte Kategorie die Gestalt X^1 hat, 3. Solche, deren mittlere Kategorie die Gestalt X^1 hat, die aber weder zu 1. noch zu 2. gehören (Sandwiches). Ausdifferenzierungen und andere Gruppierungen sind aber möglich. Die triadischen Sandwiches der Form $X^m \leftrightarrow Y^n \leftrightarrow Z^m$ weisen, wie schon die dyadischen, unklare Thematisationsrichtung auf.
4. Für die tetradischen Thematisationen gilt das zu den triadischen Gesagte. Auch die tetradischen Sandwiches der Form $A^m \leftrightarrow X^n Y^n \leftrightarrow B^m$ weisen, wie bereits die dyadischen und die triadischen, unklare Thematisationsrichtung auf.
5. Für die pentadischen Thematisationen gilt das zu den tetradischen Gesagte.
6. Hexadische Realität gibt es nur bei der (eigenrealen) Determinanten.
7. Für die zu erwartenenden Hexatomischen Hexaden gilt das zu den Pentatomischen Pentaden Gesagte, nur daß hier noch mehr Verwirrung herrscht.

3.6. Schlusswort zum Peirceschen Reduktionstheorem und zur Maximalgrösse von Zeichenrelationen

Wir haben uns auf n-adische Semiotiken mit $n \leq 6$ beschränkt. Selbstverständlich können formal problemlos höherwertige Semiotiken konstruiert werden; theoretisch könnte man eine infinite Semiotik postulieren. Auch wenn Peirce (1971) und Marty (1980) recht haben, daß sich n-adische Relationen mit $n > 3$ formal auf Relationen mit $n = 3$ reduzieren lassen[2], so muß zum Schluß doch betont werden, daß sich der Ausblick von $n = 4$, $n = 5$ und $n = 6$ (ganz zu schweigen von noch größerem n!) lohnt, da polyadische Semiotiken Negativstrukturen aufweisen, die in der triadischen Semiotik gar nicht oder erst ansatzweise auftreten. So konnten wir etwa feststellen, daß n-adische Semiotiken über n–2 n-tomische n-aden verfügen, so daß also die Trichtomischen Triaden der triadischen Semiotik einen Spezialfall für $n = 3$ mit $3 - 2 = 1$ darstellen. Bemerkenswert ist ferner die Feststellung, daß es in n-adischen Semiotiken mit $n \geq 5$

[2] Ferner gibt es mehrere Versuche, Triaden auf Dyaden zu verkürzen. Diese mögen u.U. im Rahmen der Relationenlogik und der Mengenlehre nützlich sein, wo die Zeichen ja als Monaden eingeführt werden (Ackermann, Herrmann), allein in der Semiotik, wo das Zeichen wegen Mittel, Bezeichnungs- und Bedeutungsfunktion triadisch DEFINIERT wird, ist das natürlich per se Blödsinn.

nicht mehr eindeutig möglich ist, n-tomische n-aden zu konstruieren. Von Interesse dürfte auch die folgende Überlegung sein: Während die Widerspruchsfreiheit eines prädikatenlogischen Systems der Stufe n in einem System der Stufe n+1 nachweisbar ist, tragen semiotische Systeme der Stufe n+1 nichts dazu bei, n-tomische n-aden zu konstruieren! Dies mag nun zwar der tiefste Grund dafür sein, daß man sich bisher auf die triadische Semiotik beschränkt hatte, wir kommen aber trotzdem zum Schluß, daß das Peircesche triadische Reduktionstheorem zwar extensional richtig, intensional aber falsch ist. Auf der anderen Seite wurde in Toth (2009) sowie einer Reihe von weiteren Arbeiten gezeigt, dass die maximale transzendente Erweiterung einer triadischen Zeichenrelation zu einem 6-relationalen Gebilde führte, das allerdings nicht als eine hexadische Zeichenrelation angesprochen werden kann. Ob man darauf schliessen darf, hexadische Zeichenrelationen seien maximale Zeichenrelationen, ist daher immerhin noch mindestens fragwürdig.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1971

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. Klagenfurt 2007

Kaehr, Rudolf, Sketch on semiotics in diamonds. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Semiotics-in-Diamonds/Semiotics-in-Diamonds.html (2008)

Toth, Alfred, Semiotische Aussenzahlbereiche. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, 2009 Transzendentale und nicht-transzendentale Zeichenklassen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009b

Marty, Robert, Sur la réduction triadique. In: Semiosis 17/18, 1980, S. 5-9

Peirce, Charles Sanders, Graphen und Zeichen. Stuttgart 1971

Walther, Elisabeth, Nachtrag zu Trichotomischen Triaden. In: Semiosis 27, 1982, S. 15-20

Semiotische Negationszyklen

1. Diese Arbeit ist gewissermassen ein Appendix zu Toth (2009a, b), worin gezeigt wurde, dass die sog. Realitätsthematiken nichts anderes als negative Zeichen sind. In der vorliegenden Arbeit wird gezeigt, dass nur das maximale System der $3^3 = 27$ Zeichenklassen einen durchgehenden semiotischen Negationszyklus aufweist und dass sich demzufolge das System der 10 Peirceschen Zeichenklassen auch von hierher wiederum als repräsentationstheoretisches Fragment erweist.

2. Thematisierende Subzzeichen sind Barrieren für semiotische Negationszyklen, d.h. für die Wege von semiotischen Hamilton-Kreisen.

2.1. Fragmentarische Negationszyklen im System der 10 Peirceschen Zeichenklassen.

$$
\begin{array}{ll}
1 & (1.1\ \underline{1.2\ 1.3}) \\
 & \downarrow \\
2 & (2.1\ \underline{1.2\ 1.3}) \\
 & \downarrow \\
3 & (3.1\ \underline{1.2}\ \underline{1.3}) \\
 & \downarrow\ \ \searrow \\
4 & (2.1\ 2.2\ \underline{1.3}) \quad \text{Umweg möglich} \\
 & \downarrow\ \ \swarrow \\
5 & (3.1\ \underline{2.2\ 1.3}) \\
 & \quad\ \ \searrow \\
6 & (\underline{3.1}\ 3.2\ \underline{1.3}) \\
 & \quad \swarrow \\
7 & (2.1\ \underline{2.2\ 2.3}) \\
 & \downarrow \\
8 & (3.1\ \underline{2.2\ 2.3}) \\
 & \quad \searrow \\
9 & (\underline{3.1}\ 3.2\ \underline{2.3}) \\
 & \qquad\quad \searrow \\
10 & (\underline{3.1\ 3.2}\ 3.3)
\end{array}
$$

2.2. Vollständiger semiotischer Negationszyklus im System der 27 Zeichenklassen

1 (1.1 $\underline{\text{1.2 1.3}}$)

↓

2 (2.1 $\underline{\text{1.2 1.3}}$)

↓

3 (3.1 $\underline{\text{1.2 1.3}}$)

↘

4 ($\underline{\text{1.1}}$ 2.2 $\underline{\text{1.3}}$)

↘

5 ($\underline{\text{2.1 2.2}}$ 1.3

↓

6 ($\underline{\text{3.1}}$ $\underline{\text{2.2}}$ 1.3

↓

7 ($\underline{\text{1.1}}$ 3.2 1.3)

↓

8 ($\underline{\text{2.1}}$ $\underline{\text{3.2}}$ 1.3)

↓

9 ($\underline{\text{3.1 3.2}}$ 1.3

↓

10 ($\underline{\text{1.1 1.2}}$ 2.3)

↙

11 ($\underline{\text{2.1}}$ 1.2 $\underline{\text{2.3}}$)

↓

12 ($\underline{\text{3.1}}$ 1.2 $\underline{\text{2.3}}$)

↙

13 (1.1 $\underline{\text{2.2 2.3}}$)

↓

14 (2.1 $\underline{\text{2.2}}$ 2.3)

↓

15 (3.1 $\underline{\text{2.2 2.3}}$)

↘

16 ($\underline{\text{1.1}}$ 3.2 $\underline{\text{2.}}$3)

↓

17 ($\underline{\text{2.1}}$ 3.2 $\underline{\text{2.3}}$)

↘

18 ($\underline{\text{3.1}}$ $\underline{\text{3.2}}$ 2.3)

↓

19 ($\underline{1.1\ 1.2}$ 3.3)

↓

20 ($\underline{2.1}$ 1.2 3.3

↓

21 ($\underline{3.1}$ 1.2 3.3)

↓

22 ($\underline{1.1}$ $\underline{2.2}$ 3.3)

↓

23 ($\underline{2.1\ 2.2}$ 3.3)

↙

24 ($\underline{3.1}$ 2.2 $\underline{3.3}$)

↙

25 (1.1 $\underline{3.2\ 3.3}$)

↓

26 (2.1 $\underline{3.2\ 3.3}$)

↓

27 (3.1 $\underline{3.2\ 3.3}$)

2.3. Der fragmentarische, verkürzte semiotische Negationszyklus von SS10 ist also:

(1.1) → (2.1) → (3.1) → (2.1) → (3.1) →

(3.1) → (2.1) → (3.1) → (3.1) → (3.1) ↰

2.4. Der vollständige semiotische Negationszyklus (Hamiltonkreis) von SS27 ist:

(1.1) → (2.1) →(3.1) → (2.2) → (1.3) → (1.3) → (1.3) → (1.3) → (1.3)

(2.3) → (1.2) → (1.2) → (1.1) → (2.1)→ (3.1) → (3.2) → (3.2) → (2.3)

(3.3) → (3.3) → (3.3) → (3.3) → (3.3) → (2.2) → (1.1) → (2.1) → (3.1) ↰

Bibliographie

Toth, Alfred, Semiotische Aussenzahlbereiche. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Strukturen positiver und negativer Zeichen. In: Electronic Journal of Matthematical semiotics, 2009b

Grundrechenarten negativer Zeichen

In Toth (2009a,b,c) wurden die einstigen Realitätsthematiken als negative Zeichen bestimmt. Aus dieser Konzeption folgt, dass jede der 10 Peirceschen Zeichenklassen eine eigene negative Zeichenklasse bestitzt, die von allen übrigen (positiven und negativen) Zeichenklassen verschieden ist. Jede Zeichenklasse stellt demnach im semiotischen Sinne ein System dar wie jede Logik ein System im logischen Sinne darstellt. Etwas den Aussagen Entsprechendes, das verneint wird, gibt es daher in der Semiotik nicht. Während aber in der Logik die "Addition" einer Aussage p und deren Verneinung $\neg$p einen Widerspruch ergibt, ergibt die Anwendung von Addition, Multiplikation und inversem Durchschnitt als "Grundrechenarten" eine Vielfalt neuer semiotischer Strukturen, die bisher unzugänglich waren und noch auf ihre Bedeutung zu prüfen sind. Da in Toth (2009c) gezeigt worden war, dass die 10 Peirceschen Zeichenklassen hnsichtlich ihrer Negativität ein Fragment der 27 möglichen triadischen Zeichenklasse sind, gehen wir in dieser Arbeit von den letzteren aus.

1 $(3.1\ 2.1\ 1.1) \times (1.1\ \underline{1.2\ 1.3})$ $\quad 1^1 \rightarrow 1^2$

$Z^+ + Z^- =$ $(3.1\ 2.1\ 1.3\ 1.2\ 1.1) \times (1.1\ 2.1\ 3.1\ 1.2\ 1.3)$
$Z^+ - Z^- =$ $(1.1) \times (1.1)$
$Z^+ \setminus Z^- =$ $(3.1\ 2.1) \times (1.2\ 1.3)$

2 $(3.1\ 2.1\ 1.2) \times (2.1\ \underline{1.2\ 1.3})$ $\quad 2^1 \rightarrow 1^2$
$Z^+ + Z^- =$ $(3.1\ 2.1\ 1.3\ 1.2) \times (2.1\ 3.1\ 1.2\ 1.3)$
$Z^+ - Z^- =$ $(2.1\ 1.2) \times (2.1\ 1.2)$
$Z^+ \setminus Z^- =$ $(3.1) \times (3.1)$

3 $(3.1\ 2.1\ 1.3) \times (3.1\ \underline{1.2\ 1.3})$ $\quad 3^1 \rightarrow 1^2$
$Z^+ + Z^- =$ $(3.1\ 2.1\ 1.3\ 1.2) \times (2.1\ 3.1\ 1.2\ 1.3)$
$Z^+ - Z^- =$ $(3.1\ 1.3) \times (3.1\ 1.3)$
$Z^+ \setminus Z^- =$ $(2.1) \times (1.2)$

4 $(3.1\ 2.2\ 1.1) \times (\underline{1.1}\ 2.2\ \underline{1.3})$ $\quad 1^1 \rightarrow 2^1 \leftarrow 1^1$
$Z^+ + Z^- =$ $(3.1\ 2.2\ 1.3\ 1.1) \times (1.1\ 3.1\ 2.2\ 1.3)$
$Z^+ - Z^- =$ $(2.2\ 1.1) \times (1.1\ 2.2)$
$Z^+ \setminus Z^- =$ $(3.1) \times (1.3)$

5 $(3.1\ 2.2\ 1.2) \times (\underline{2.1\ 2.2}\ 1.3)$ $2^2 \rightarrow 1^1$

$Z^+ + Z^- =$ $(3.1\ 2.2\ 2.1\ 1.3\ 1.2) \times (2.1\ 3.1\ 1.2\ 2.2\ 1.3)$

$Z^+ - Z^- =$ $(2.2) \times (2.2)$

$Z^+ \setminus Z^- =$ $(3.1\ 1.2) \times (2.1\ 1.3)$

6 $(3.1\ 2.2\ 1.3) \times (\underline{3.1}\ \underline{2.2}\ \underline{1.3})$ $3^1 \leftrightarrow 2^1 \leftrightarrow 1^1$

$Z^+ + Z^- =$ $(3.1\ 2.2\ 1.3) \times (3.1\ 2.2\ 1.3)$

$Z^+ - Z^- =$ $\varnothing$

$Z^+ \setminus Z^- =$ $\varnothing$

7 $(3.1\ 2.3\ 1.1) \times (\underline{1.1}\ 3.2\ \underline{1.3})$ $1^1 \rightarrow 3^1 \leftarrow 1^1$

$Z^+ + Z^- =$ $(3.2\ 3.1\ 2.3\ 1.3\ 1.1) \times (1.1\ 3.1\ 3.2\ 1.3\ 2.3)$

$Z^+ - Z^- =$ $(1.1) \times (1.1)$

$Z^+ \setminus Z^- =$ $(3.1\ 1.1) \times (1.1\ 1.3)$

8 $(3.1\ 2.3\ 1.2) \times (\underline{2.1}\ \underline{3.2}\ \underline{1.3})$ $2^1 \leftrightarrow 3^1 \leftrightarrow 1^1$

$Z^+ + Z^- =$ $(3.2\ 3.1\ 2.3\ 2.1\ 1.3\ 1.2) \times (2.1\ 3.1\ 1.2\ 3.2\ 1.3\ 2.3)$

$Z^+ - Z^- =$ $\varnothing$

$Z^+ \setminus Z^- =$ $(3.1\ 2.3\ 1.2) \times (2.1\ 3.2\ 1.3)$

9 $(3.1\ 2.3\ 1.3) \times (\underline{3.1\ 3.2}\ 1.3)$ $3^2 \rightarrow 1^1$

$Z^+ + Z^- =$ $(3.2\ 3.1\ 2.3\ 1.3) \times (3.1\ 3.2\ 1.3\ 2.3)$

$Z^+ - Z^- =$ $(3.1\ 1.3) \times (3.1\ 1.3)$

$Z^+ \setminus Z^- =$ $(2.3) \times (3.2)$

10 $(3.2\ 2.1\ 1.1) \times (\underline{1.1\ 1.2}\ 2.3)$ $1^2 \rightarrow 2^1$

$Z^+ + Z^- =$ $(3.2\ 2.3\ 2.1\ 1.2\ 1.2) \times (2.1\ 2.1\ 1.2\ 3.2\ 2.4)$

$Z^+ - Z^- =$ $(1.1) \times (1.1)$

$Z^+ \setminus Z^- =$ $(3.2\ 2.1) \times (1.2\ 2.3)$

11 $(3.2\ 2.1\ 1.2) \times (\underline{2.1}\ 1.2\ \underline{2.3})$ $2^1 \rightarrow 1^1 \leftarrow 2^1$

$Z^+ + Z^- =$ $(3.2\ 2.3\ 2.1\ 1.2)$

$Z^+ - Z^- =$ $(2.1) \times (1.2)$

$Z^+ \setminus Z^- =$ $(3.2) \times (2.3)$

12 $(3.2\ 2.2\ 1.3) \times (\underline{3.1}\ \underline{1.2}\ \underline{2.3})$ $3^1 \leftrightarrow 1^1 \leftrightarrow 2^1$
$Z^+ + Z^- =$ $(3.2\ 3.1\ 2.3\ 2.2\ 1.3\ 1.2))$
$Z^+ - Z^- =$ $\varnothing$
$Z^+ \setminus Z^- =$ $(3.2\ 2.2\ 1.3\ 1.2) \times (2.1\ 3.1\ 2.2\ 2.3)$

13 $(3.2\ 2.2\ 1.1) \times (1.1\ \underline{2.2\ 2.3})$ $1^1 \leftarrow 2^2$
$Z^+ + Z^- =$ $(3.2\ 2.3\ 2.2\ 1.1) \times (1.1\ 2.2\ 3.2\ 2.3)$
$Z^+ - Z^- =$ $(2.2\ 1.1) \times (1.1\ 2.2)$
$Z^+ \setminus Z^- =$ $(3.2) \times (2.3)$

14 $(3.2\ 2.2\ 1.2) \times (2.1\ \underline{2.2\ 2.3})$ $2^1 \leftarrow 2^2$
$Z^+ + Z^- =$ $(3.2\ 2.3\ 2.2\ 1.2))$
$Z^+ - Z^- =$ $(2.2) \times (2.2)$
$Z^+ \setminus Z^- =$ $(3.2\ 2.1) \times (1.2\ 2.3)$

15 $(3.2\ 2.2\ 1.3) \times (3.1\ \underline{2.2\ 2.3})$ $3^1 \leftarrow 2^2$
$Z^+ + Z^- =$ $(3.2\ 2.3\ 2.2\ 2.1) \times (1.2\ 2.2\ 3.2\ 2.3)$
$Z^+ - Z^- =$ $(2.2) \times (2.2)$
$Z^+ \setminus Z^- =$ $(3.2) \times (2.3)$

16 $(3.2\ 2.3\ 1.1) \times (\underline{1.1}\ \underline{3.2}\ \underline{2.}3)$ $1^1 \leftrightarrow 3^1 \leftrightarrow 2^1$
$Z^+ + Z^- =$ $(3.2\ 2.3\ 1.1)$
$Z^+ - Z^- =$ $(3.2\ 2.3\ 1.1)$
$Z^+ \setminus Z^- =$ $\varnothing$

17 $(3.2\ 2.3\ 1.2) \times (\underline{2.1}\ 3.2\ \underline{2.3})$ $2^1 \rightarrow 3^1 \leftarrow 2^1$
$Z^+ + Z^- =$ $(3.2\ 2.3\ 2.1\ 1.2)$
$Z^+ - Z^- =$ $(3.2\ 2.3)$
$Z^+ \setminus Z^- =$ (1.2)

18 $(3.2\ 2.3\ 1.3) \times (\underline{3.1}\ \underline{3.2}\ 2.3)$ $3^2 \rightarrow 2^1$
$Z^+ + Z^- =$ $(3.2\ 3.1\ 2.3\ 1.3)$
$Z^+ - Z^- =$ $(3.2\ 2.3)$
$Z^+ \setminus Z^- =$ (1.3)

19 $(3.3\ 2.1\ 1.1) \times (\underline{1.1\ 1.2}\ 3.3) \quad 2^2 \leftarrow 3^1$

$Z^+ + Z^- = (3.3\ 2.1\ 1.2\ 1.1)$

$Z^+ - Z^- = (3.3\ 1.1))$

$Z^+ \setminus Z^- = (2.1)$

20 $(3.3\ 2.1\ 1.2) \times (\underline{2.1}\ \underline{1.2}\ \underline{3.3}) \quad 2^1 \leftrightarrow 1^1 \leftrightarrow 3^1$

$Z^+ + Z^- = (3.3\ 2.1\ 1.2)$

$Z^+ - Z^- = (3.3\ 1.1))$

$Z^+ \setminus Z^- = \varnothing$

21 $(3.3\ 2.1\ 1.3) \times (\underline{3.1}\ 1.2\ \underline{3.3}) \quad 3^1 \rightarrow 1^1 \leftarrow 3^1$

$Z^+ + Z^- = (3.3\ 3.1\ 2.1\ 1.3\ 1.2)$

$Z^+ - Z^- = (3.3)$

$Z^+ \setminus Z^- = (2.1\ 1.3) \times (3.1\ 1.2)$

22 $(3.3\ 2.2\ 1.1) \times (\underline{1.1}\ \underline{2.2}\ \underline{3.3}) \quad 1^1 \leftrightarrow 2^1 \leftrightarrow 3^1$

$Z^+ + Z^- = (3.3\ 2.2\ 1.1)$

$Z^+ - Z^- = (3.3\ 2.2\ 1.1)$

$Z^+ \setminus Z^- = \varnothing$

23 $(3.3\ 2.2\ 1.2) \times (\underline{2.1\ 2.2}\ 3.3) \quad 2^1 \leftarrow 3^1$

$Z^+ + Z^- = (3.3\ 2.2\ 1.1)$

$Z^+ - Z^- = (3.3\ 2.2)$

$Z^+ \setminus Z^- = (2.1)$

24 $(3.3\ 2.2\ 1.3) \times (\underline{3.1}\ 2.2\ \underline{3.3}) \quad 3^1 \rightarrow 2^1 \leftarrow 3^1$

$Z^+ + Z^- = (3.3\ 3.1\ 2.2\ 1.3)$

$Z^+ - Z^- = (3.3\ 2.2)$

$Z^+ \setminus Z^- = (1.3)$

25 $(3.3\ 2.3\ 1.1) \times (1.1\ \underline{3.2\ 3.3}) \quad 1^1 \leftarrow 3^2$

$Z^+ + Z^- = (3.3\ 3.2\ 2.3\ 1.1)$

$Z^+ - Z^- = (3.3\ 1.1)$

$Z^+ \setminus Z^- = (2.3)$

26 $(3.3\ 2.3\ 1.2) \times (2.1\ \underline{3.2\ 3.3}) \quad 2^1 \leftarrow 3^2$

$Z^+ + Z^- = (3.3\ 3.2\ 2.3\ 2.1\ 1.2)$

$Z^+ - Z^- = (3.3\ 3.2)$

$Z^+ \setminus Z^- = (3.3\ 1.2)$

27 $(3.3\ 2.3\ 1.3) \times (3.1\ \underline{3.2\ 3.3})$ $3^1 \leftarrow 3^2$

$Z^+ + Z^- =$ $(3.3\ 3.2\ 3.1)$

$Z^+ - Z^- =$ (3.3)

$Z^+ \setminus Z^- =$ $\varnothing$

Bibliographie

Toth, Alfred, Was sind eigentlich Realitätsthematiken? In: Electronic Journal for Matematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Strukturen positiver und negativer Zeichen. In: Electronic Journal for Matthematical Semiotics, 2009b

Toth, Alfred, Semiotische Negationszyklen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009c

Optimalität in der Semiotik

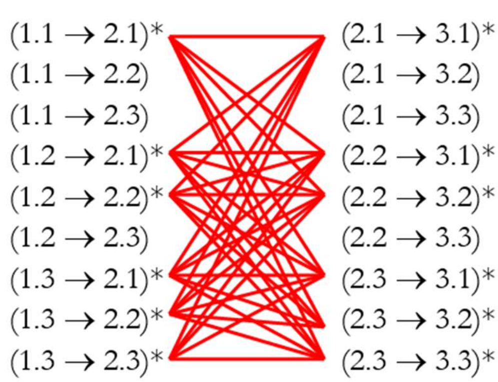
1. Der hier verwendete Begriff der Optimalität stammt aus einer der jüngsten Richtungen innerhalb der Theoretischen Linguistik: "The central idea of optimality theory is that surface forms of language reflect resolutions of conflicts between competing demands or constraints. A surface form is 'optimal' in the sense that it incurs the last serious violations of a set of violable constraints, ranked in a language-specific hierarchy" (Kager 1999, S. 11).

2. Innerhalb der Semiotik besteht ein Dogma, das die Konkatenation von je einer Bezeichnungsdyade der Form $(1.c \rightarrow 2.b)$ und je einer Bedeutungsdyade der Form $(2.b \rightarrow 3.a)$ zu einer triadischen Zeichenrelation (1.c 2.b 3.a) bzw. (3.a 2.b 1.c) betrifft und dabei vorschreibt, "dass die Stellenwerte [...] des Mittelbezugs gleich oder kleiner als die des Mittelbezugs [und diejenigen des Objektbezugs kleiner oder gleich als die des Interpretantenbezugs] sein müssen (Walther 1979, S. 69, wo übrigens die Verhältnisse gerade verkehrt dargestellt sind). Mit anderen Worten: Es gilt die semiotische inklusive trichotomische Ordnung $c \geq b \geq a$ bzw. $a \leq b \leq c$. Diese Restriktion ist ein Dogma, weil sie durch nichts – weder formal noch inhaltlich – gerechtfertigt ist. Damit werden z.B. Zeichenrelationen wie (3.3 2.2 1.1), die Hauptdiagonale der semiotischen Matrix, (3.1 2.2 1.1), (3.2 2.1 1.3) usw., insgesamt 17 der $3^3 = 27$ möglichen Zeichenklassen ausgeschlossen, so dass sich das semiotische Organon mit nur 10 Zeichenklassen präsentiert.

3. Wenn man die semiotisch-inklusive Struktur der trichotomischen Stellenwerte

$(a \leq b \ \leq c)$

als Constraint für optimale semiotische Konkatenation festsetzt, kann man die Konkatenation von je einer Bezeichnungs- und Bedeutungsdyade zu einer triadischen Zeichenklasse in dem folgenden Graphen darstellen:



Semiotischer Graph optimaler Dyaden-Konkatenationen

Danach sind also “optimale” Zeichenklassen die 10 Peirceschen Zeichenklassen:

(3.1 2.1 1.1)

(3.1 2.1 1.2)

(3.1 2.1 1.3)

(3.1 2.2 1.2)

(3.1 2.2 1.3)

(3.1 2.3 1.3)

(3.2 2.2 1.2)

(3.2 2.2 1.3)

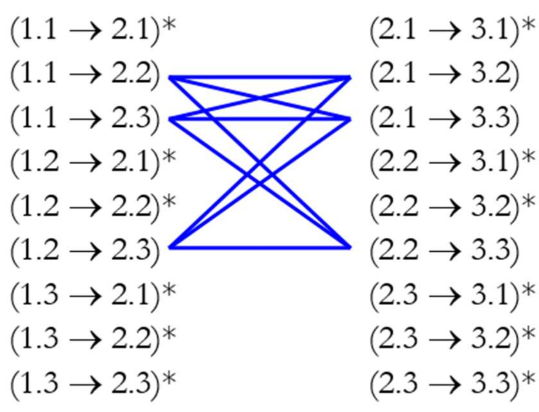
(3.2 2.3 1.3)

(3.3 2.3 1.3)

Aus dem obigen Constraint für optimale semiotische Konkatenation folgt, dass alle Zeichenrelation, die den folgenden Constraints folgen

a > b > c	a > b < c	a < b > c
a = b > c	a = b < c	
a > b = c	a < b > c	

nicht-optimale Zeichenrelationen und also im Peirceschen Sinne keine Zeichenklassen sind. Man kann ihre Konkatenation in dem folgenden Graphen darstellen:



Semiotischer Graph nicht-optimaler Dyaden-Konkatenationen

Die “nicht-optimalen” Zeichenklassen sind dann

(3.1 2.2 1.1)

(3.1 2.3 1.1)

(3.1 2.3 1.2)

(3.2 2.1 1.1)

(3.2 2.1 1.2)

(3.2 2.1 1.3)

(3.2 2.2 1.1)

(3.2 2.3 1.1)

(3.2 2.3 1.2)

(3.3 2.1 1.1)

(3.3 2.1 1.2)

(3.3 2.1 1.3)

(3.3 2.2 1.1)

(3.3 2.2 1.2)

(3.3 2.2 1.3)

(3.3 2.3 1.1)

(3.3 2.3 1.2)

Unter diesen gibt es jedoch solche, bei denen entweder die Bezeichnungs- oder die Bedeutungskonkatenation, aber nicht beide, optimal ist. In den folgenden Constraints-Typen sind es die Ordnungen der fett markierten Teilrelationen:

a > b. > c   a > **b. < c**

a = b. > c   a = **b. < c**

a > **b. = c**   **a < b.** > c

Die Semiotik kann danach ein System mit vier optimalen (<.<, <.=, =.<, ==) und sechs nicht-optimalen bzw. "gemischt"-optimalen (>.>, =.>, >.=, >.<, =.<, <.>) Constraints betrachtet werden.

Bibliographie

Kager, René, Optimality Theory. Cambridge 1999

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Realitätsthematiken als Repräsentationen bezeichneter Objekte

1. Bense hatte desöftern darauf hingewiesen, dass das Zeichen als Repräsentationsschema, bestehend aus Zeichenklasse und Realitätsthematik, die Welt nur scheinbar verdoppelt, insofern die Zeichenklasse dem Subjektpol und die Realitätsthematik dem Objektpol der semiotischen Erkenntnistheorie angehört (Bense 1979, S. 18 ff.). Anderseits lautet das semiotische Basistheorem: "Gegeben ist, was repräsentierbar ist" (Bense 1981, S. 11). Dies bedeutet also, dass wir auch die Objekte, welche durch Zeichen bezeichnet oder substituiert werden, nur in Form von Zeichen wahrnehmen können. Nimmt man beides zusammen, so kommt man auf das Lemma, dass die Realitätsthematik eines Zeichens das bezeichnete Objekt thematisiere (Bense 1979, S. 37).

2. Die Objekte, welche durch Zeichen bezeichnet werden, sind uns also aus den Realitätsthematiken zugänglich und nur durch sie. Realitätsthematiken werden aus Zeichenklassen durch die Operation der Dualisation gewonnen, d.h. die Umkehrung der Reihenfolge sowohl der Subzeichen als auch der Primzeichen:

$(3.a\ 2.b\ 1.c) \times (c.1\ b.2\ a.3)$ mit $a, b, c \in \{1, 2, 3\}$.

Vom praktischen, aber nur vom praktischen Standpunkt aus erhebt sich damit die Frage, wie denn Objekte qua Metaobjekte zu Zeichen transformiert werden sollen. In der semiotischen Praxis wird meistens reflexionslos vorausgesetzt, dass dies in Form der Zeichenklassen zu geschehen habe, wobei vom Mittel- zum Objekt- und zum Interpretantenbezug vorangeschritten wird. Streng genommen müsste dabei allerdings von den Realitätsthematiken ausgegangen werden, da die zu bezeichnenden Objekte primär, die bezeichnenden Zeichen dagegen sekundär sind. Es gibt allerdings bis heute kein semiotisches Modell, das von den Realitätsthematiken anstatt von den Zeichenklassen her aufgebaut ist.

3. Geht man nun von den Realitätsthematiken aus, dann gibt es z.B. keine semiotische Inklusionsordnung, wie sie für die Zeichenklassen gilt:

$(3.a\ 2.b\ 1.c)$ mit $a \leq b \leq c$.

Ferner gibt es deshalb z.B. neben den beiden klassischen Typen semiotischer Thematisation $X \leftarrow (A, B)$ und $(A, B) \rightarrow X$ rein theoretisch noch den dritten Thematisationstyp $A \rightarrow X \leftarrow B$.

Konstruiert man aber aus den Realitätsthematiken, welche diese 3 Typen von Thematisationen präsentieren, die entsprechenden Zeichenklassen, so kommt man auf folgende:

1. (3.1 ← (1.2 1.3)) × (3.1 2.1 1.3)

2. ((2.1 2.2) → (1.3) × (3.1 2.2 1.2)

3. ((2.1) → (1.2) ← (2.3)) × *(3.2 2.1 1.2),

wobei die mit Asterisk markierte Zeichenrelation nicht zu den 10 Peirceschen Zeichenklassen gehört. Geht man also von den Realitätsthematiken anstatt von den Zeichenklassen, d.h. von den bezeichneten Objekten und nicht von den bezeichnenden Subjekten aus, ergibt sich, dass die 10 Peirceschen Repräsentationsschemata ein Fragment der 3^3 = 27 möglichen Repräsentationsschemata bilden. Hieraus folgt wiederum, dass wir, die wir an sämtlichen Typen bezeichneter Objekte interessiert sind, alle 27 Dualsysteme anschauen müssen:

$(3.1\ 2.1\ 1.1) \times (1.1\ \underline{1.2\ 1.3})$

$(3.1) \rightarrow (1.3)$
$(2.1) \rightarrow (1.2)$
$(1.1) \rightarrow (1.1)$

Bezeichnetes Objekt:
M-them M

$(3.1\ 2.1\ 1.2) \times (2.1\ \underline{1.2\ 1.3})$

$(3.1) \rightarrow (1.3)$
$(2.1) \rightarrow (1.2)$
$(1.2) \rightarrow (2.1)$

Bezeichnetes Objekt:
M-them. O

$(3.1\ 2.1\ 1.3) \times (3.1\ \underline{1.2\ 1.3})$

$(3.1) \rightarrow (1.3)$
$(2.1) \rightarrow (1.2)$
$(1.3) \rightarrow (3.1)$

Bezeichnetes Objekt:
M-them. I

$$\left.\begin{array}{l} (3.1\ 2.2\ 1.2) \quad \times \quad (\underline{2.1\ 2.2}\ 1.3) \\ \\ (3.1) \longrightarrow (1.3) \\ (2.2) \longrightarrow (2.2) \\ (1.2) \longrightarrow (2.1) \end{array}\right\} \begin{array}{l} \text{Bezeichnetes Objekt:} \\ \text{O-them. M} \end{array}$$

$$\left.\begin{array}{l} (3.1\ 2.2\ 1.3) \quad \times \quad (\underline{3.1}\ \underline{2.2}\ \underline{1.3}) \\ \\ (3.1) \longrightarrow (1.3) \\ (2.2) \longrightarrow (2.2) \\ (1.3) \longrightarrow (3.1) \end{array}\right\} \begin{array}{l} \text{Bezeichnete Objekte:} \\ \text{O/I-them. M} \\ \text{M/I-them. O} \\ \text{M/O-them. I} \end{array}$$

$$\left.\begin{array}{l} (3.1\ 2.3\ 1.3) \quad \times \quad (\underline{3.1\ 3.2}\ 1.3) \\ \\ (3.1) \longrightarrow (1.3) \\ (2.3) \longrightarrow (3.2) \\ (1.3) \longrightarrow (3.1) \end{array}\right\} \begin{array}{l} \text{Bezeichnetes Objekt:} \\ \text{I-them. M} \end{array}$$

$$\left.\begin{array}{l} (3.2\ 2.2\ 1.2) \quad \times \quad (2.1\ \underline{2.2\ 2.3}) \\ \\ (3.2) \longrightarrow (2.3) \\ (2.2) \longrightarrow (2.2) \\ (1.2) \longrightarrow (2.1) \end{array}\right\} \begin{array}{l} \text{Bezeichnetes Objekt:} \\ \text{O-them. O} \end{array}$$

$$\left.\begin{array}{l} (3.2\ 2.2\ 1.3) \quad \times \quad (3.1\ \underline{2.2\ 2.3}) \\ \\ (3.2) \longrightarrow (2.3) \\ (2.2) \longrightarrow (2.2) \\ (1.3) \longrightarrow (3.1) \end{array}\right\} \begin{array}{l} \text{Bezeichnetes Objekt:} \\ \text{O-them. I} \end{array}$$

$(3.2\ 2.2\ 1.3) \times (3.1\ \underline{2.2\ 2.3})$

$(3.2) \rightarrow (2.3)$
$(2.2) \rightarrow (2.2)$
$(1.3) \rightarrow (3.1)$

Bezeichnetes Objekt:
O-them. I

$(3.2\ 2.3\ 1.3) \times (\underline{3.1\ 3.2}\ 2.3)$

$(3.2) \rightarrow (2.3)$
$(2.3) \rightarrow (3.2)$
$(1.3) \rightarrow (3.1)$

Bezeichnetes Objekt:
I-them. O

$(3.3\ 2.3\ 1.3) \times (3.1\ \underline{3.2\ 3.3})$

$(3.3) \rightarrow (3.3)$
$(2.3) \rightarrow (3.2)$
$(1.3) \rightarrow (3.1)$

Bezeichnetes Objekt:
I-them. I

$(3.1\ 2.2\ 1.1) \times (\underline{1.1}\ 2.2\ \underline{1.3})$

$(3.1) \rightarrow (1.3)$
$(2.2) \rightarrow (2.2)$
$(1.1) \rightarrow (1.1)$

Bezeichnetes Objekt:
M-them. O

$(3.1\ 2.3\ 1.1) \times (\underline{1.1}\ 3.2\ \underline{1.3})$

$(3.1) \rightarrow (1.3)$
$(2.3) \rightarrow (3.2)$
$(1.1) \rightarrow (1.1)$

Bezeichnetes Objekt:
M-them. I

$(3.1\ 2.3\ 1.2) \times (\underline{2.1}\ \underline{3.2}\ \underline{1.3})$

$(3.1) \rightarrow (1.3)$
$(2.3) \rightarrow (3.2)$
$(1.2) \rightarrow (2.1)$

Bezeichnete Objekte:
O/I-them. M
M/I-them. O
M/O-them. I

$(3.2\ 2.1\ 1.1) \times (\underline{1.1\ 1.2}\ 2.3)$

$(3.2) \rightarrow (2.3)$
$(2.1) \rightarrow (1.2)$
$(1.1) \rightarrow (1.1)$

Bezeichnetes Objekt:
M-them. O

$$\left.\begin{array}{l} (3.2\ 2.1\ 1.2) \quad \times \quad (\underline{2.1}\ 1.2\ \underline{2.3}) \\[1ex] (3.2) \longrightarrow (2.3) \\ \quad (2.1) \longrightarrow (1.2) \\ \qquad (1.2) \longrightarrow (2.1) \end{array}\right\} \begin{array}{l}\text{Bezeichnetes Objekt:}\\ \text{O-them. M}\end{array}$$

$$\left.\begin{array}{l} (3.2\ 2.1\ 1.3) \quad \times \quad (\underline{3.1}\ \underline{1.2}\ \underline{2.3}) \\[1ex] (3.2) \longrightarrow 2.3) \\ \quad (2.1) \longrightarrow (1.2) \\ \qquad (1.3) \longrightarrow (3.1) \end{array}\right\} \begin{array}{l}\text{Bezeichnete Objekte:}\\ \text{O/I-them. M}\\ \text{M/I-them. O}\\ \text{M/O-them. I}\end{array}$$

$$\left.\begin{array}{l} (3.2\ 2.2\ 1.1) \quad \times \quad (\underline{1.1}\ \underline{2.2\ 2.3}) \\[1ex] (3.2) \longrightarrow (2.3) \\ \quad (2.2) \longrightarrow (2.2) \\ \qquad (1.1) \longrightarrow (1.1) \end{array}\right\} \begin{array}{l}\text{Bezeichnetes Objekt:}\\ \text{O-them. M}\end{array}$$

$$\left.\begin{array}{l} (3.2\ 2.3\ 1.1) \quad \times \quad (\underline{1.1}\ \underline{3.2}\ \underline{2.3}) \\[1ex] (3.2) \longrightarrow (2.3) \\ \quad (2.3) \longrightarrow (3.2) \\ \qquad (1.1) \longrightarrow (1.1) \end{array}\right\} \begin{array}{l}\text{Bezeichnete Objekte:}\\ \text{O/I-them. M}\\ \text{M/I-them. O}\\ \text{M/O-them. I}\end{array}$$

$$\left.\begin{array}{l} (3.2\ 2.3\ 1.2) \quad \times \quad (\underline{2.1}\ 3.2\ \underline{2.3}) \\[1ex] (3.2) \longrightarrow (2.3) \\ \quad (2.3) \longrightarrow (3.2) \\ \qquad (1.2) \longrightarrow (2.1) \end{array}\right\} \begin{array}{l}\text{Bezeichnetes Objekt:}\\ \text{O-them. I}\end{array}$$

$$\left.\begin{array}{l} (3.3\ 2.1\ 1.1) \quad \times \quad (\underline{1.1\ 1.2}\ 3.3) \\[1ex] (3.3) \longrightarrow (3.3) \\ \quad (2.1) \longrightarrow (1.2) \\ \qquad (1.1) \longrightarrow (1.1) \end{array}\right\} \begin{array}{l}\text{Bezeichnetes Objekt:}\\ \text{M-them. I}\end{array}$$

$(3.3\ 2.1\ 1.2) \times (\underline{2.1}\ \underline{1.2}\ \underline{3.3})$

$(3.3) \rightarrow (3.3)$
$(2.1) \rightarrow (1.2)$
$(1.2) \rightarrow (2.1)$

Bezeichnete Objekte:
O/I-them. M
M/I-them. O
M/O-them. I

$(3.3\ 2.1\ 1.3) \times (\underline{3.1}\ 1.2\ \underline{3.3})$

$(3.3) \rightarrow (3.3)$
$(2.1) \rightarrow (1.2)$
$(1.3) \rightarrow (3.1)$

Bezeichnetes Objekt:
I-them. M

$(3.3\ 2.2\ 1.1) \times (\underline{1.1}\ \underline{2.2}\ \underline{3.3})$

$(3.3) \rightarrow (3.3)$
$(2.2) \rightarrow (2.2)$
$(1.1) \rightarrow (1.1)$

Bezeichnete Objekte:
O/I-them. M
M/I-them. O
M/O-them. I

$(3.3\ 2.2\ 1.2) \times (\underline{2.1\ 2.2}\ 3.3)$

$(3.3) \rightarrow (3.3)$
$(2.2) \rightarrow (2.2)$
$(1.2) \rightarrow (2.1)$

Bezeichnetes Objekt:
O-them. I

$(3.3\ 2.2\ 1.3) \times (\underline{3.1}\ 2.2\ \underline{3.3})$

$(3.3) \rightarrow (3.3)$
$(2.2) \rightarrow (2.2)$
$(1.3) \rightarrow (3.1)$

Bezeichnetes Objekt:
I-them. O

$(3.3\ 2.3\ 1.1) \times (1.1\ \underline{3.2\ 3.3})$

$(3.3) \rightarrow (3.3)$
$(2.3) \rightarrow (3.2)$
$(1.1) \rightarrow (1.1)$

Bezeichnetes Objekt:
I-them. M

$$\left.\begin{array}{l} (3.3\ 2.3\ 1.2) \quad \times \quad (2.1\ \underline{3.2\ 3.3}) \\ (3.3) \longrightarrow (3.3) \\ (2.3) \longrightarrow (3.2) \\ (1.2) \longrightarrow (2.1) \end{array}\right\}$$

Bezeichnetes Objekt:
I-them O

4. Zusammenfassend erhalten wir also folgende Typen von bezeichneten Objekten:

4.1. Dyadische Objekte

1. M-them M:	(M1 ← M2M3)
2. M-them. O:	(O1 ← M1M2)
	(M1 → O2 ← M3)
	(M1M2 ← O3)
3. M-them. I:	(I1 ← M1M2)
	(M1 → I2 ← M3)
	(M1M2 → I3)
4. O-them. M:	(O1O2 → M)
	(O1 → M2 ← O3)
	(M1 ← O2O3)
5. O-them. O:	(O1 ← O2O3)
6. O-them. I:	(I1 ← O2O3)
	(O1 → I2 ← O3)
	(O1O2 → I3)
I-them. M:	(I1I2 → M3)
	(I1 → M2 ← I3)
	(M1 ← I2I3)
I-them. O:	(I1I2 → O3)
	(I1 → O2 ← I3)

(O1 ← I2I3)

I-them. I: (I1 ← I2I3)

4.2. Triadische Objekte

O2/I1-them. M3; M3/I1-them. O2; M2/O2-them. I1

O3/I1-them. M2; M2/I1-them. O3; M2/O3-them. I1

O1/I2-them. M3; M3/I2-them. O1; M3/O1-them. I2

O3/I2-them. M1; M1/I2-them. O3; M1/O3-them. I2

O1/I3-them. M2; M2/I3-them. O1; M2/O1-them. I3

O2/I3-them. M1; M1/I3-them. O2; M1/O2-them. I3

Bibliographie

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Die Verteilung semiotischer Qualitäten im Raster von Mitführung und Selektion

1. Wie in Toth (2009) gezeigt, muss man in der abstrakten Zeichenrelation ZR zwei gegenläufige Relationen unterscheiden: die quantiative Nachfolgerelation (>) und die qualitative Selektionsrelation (<):

$ZR = ((.1.) \gtrless (.2.) \gtrless (.3.))$

Max Bense hatte bemerkt, dass “Selektion und Mitführung (...) zwar einander ausschliessende, aber auch einander ergänzende und damit also komplementäre Phasen der Semiose oder Retrosemiose” seien (1979, S. 47).

2. Geht vom vollständigen System der $3^3 = 27$ triadischen Zeichenrelationen und nicht nur von dem Teilsystem der 10 Peirceschen Zeichenklassen aus und bildet man die Realitätsthematiken

(1.1 1.2 1.3)	(1.1 1.2 2.3)	(1.1 1.2 3.3)
(2.1 1.2 1.3)	(2.1 1.2 2.3)	(2.1 1.2 3.3)
(3.1 1.2 1.3)	(3.1 1.2 2.3)	(3.1 1.2 3.3)
(1.1 2.2 1.3)	(1.1 2.2 2.3)	(1.1 2.2 3.3)
(2.1 2.2 1.3)	(2.1 2.2 2.3)	(2.1 2.2 3.3)
(3.1 2.2 1.3)	(3.1 2.2 2.3)	(3.1 2.2 3.3)
(1.1 3.2 1.3I	(1.1 3.2 2.3)	(1.1 3.2 3.3)
(2.1 3.2 1.3)	(2.1 3.2 2.3)	(2.1 3.2 3.3)
(3.1 3.2 1.3)	(3.1 3.2 2.3)	(3.1 3.2 3.3),

so erkennt man, dass

1. die Relationen mit progressiven Qualitäten und konstanter Quantität (X.1), X ∈ {1., 2., 3}27mal, d.h. in allen Realitätsrelationen vertreten sind;

2. die Relationen mit konstanter Quantität (X.2), X ∈ (1., 2., 3.} für jeden triadischen Wert 9mal vertreten sind;

3. die Relationen mit konstanter Quantität (X.3), X $\in$ {1., 2., 3.} für jeden triadischen Wert 9 mal vertreten sind.

Mit anderen Worten: In einem quadratischen Schema, in dessen Zeilen die Quantitäten und in dessen Spalten die Qualitäten stehen, ist also die X.1-Zeile in allen 27 Schemata konstant besetzt. Für die Werte von X.2 "wandert" dann der triadische Werte mit absteigender Quantität in jedem aus drei Realitätsthematiken bestehenden Dreierblock, und für die Werte von X.3 ist er für jeden aus drei Realitätsthematiken bestehenden Dreierblock insofern konstant, als er innerhalb der Dreierblöcke in aufsteigender Quantität "wandert".

Man kann diese etwas komplizierten Verhältnis dadurch vereinfachen, dass man quadratische Matrizen nach dem folgenden Raster bildet:

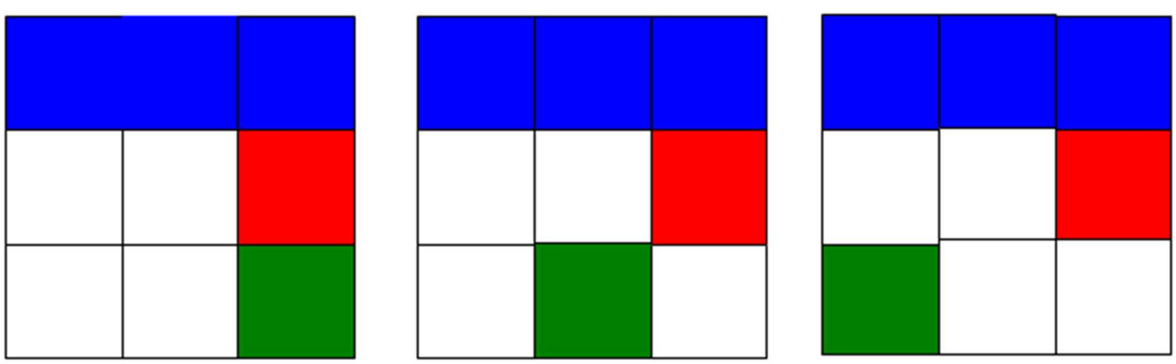
$\longrightarrow$ Mitführung/Quantität $(1 > 2 > 3)$

$\downarrow$

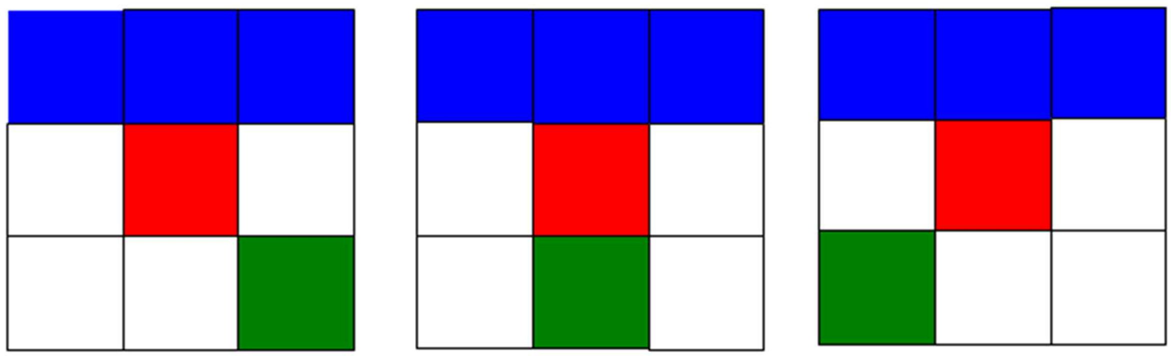
Selektion/Qualität $(1 < 2 < 3)$

und hernach für die X.1-Werte blaue, für die X.2-Werte rote und für die X-Werte grüne Füllungen verwendet werden.

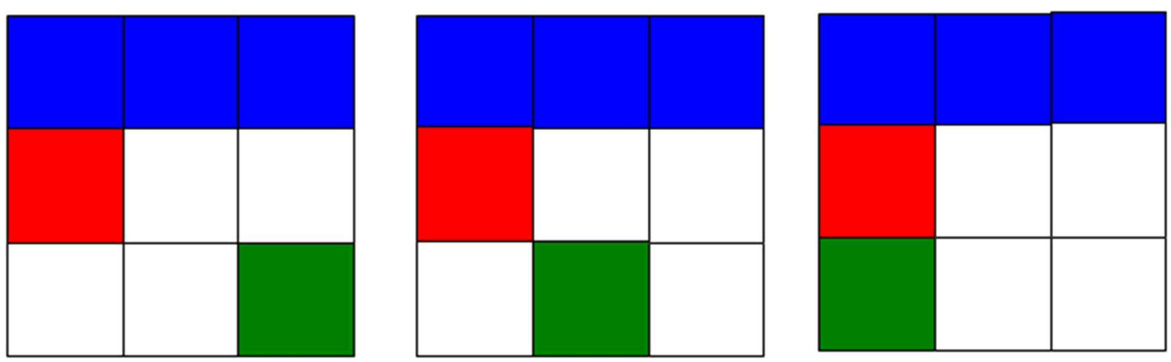
Dann erhält man für den 1. Dreierblock der insgesamt 9 Realitätsthematiken:



im 2. Dreierblock:



und im 3. Dreierblock:



Bibliographie

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Toth, Alfred, Das Zeichen als quantitativ-qualitative Relation. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Zu einer Theorie semiotischer Übereinstimmungsmerkmale

1. Der semiotische Objektbezug, worunter die dyadische Relation zwischen dem Mittelbezug M des Zeichens und dem inneren oder semiotischen Objekt O verstanden wird, wird bekanntlich in Icon (2.1), Index (2.2) und Symbol (2.3) unterteilt, was damit begründet wird, dass das Icon am meisten gemeinsame Übereinstimmungsmerkmale zwischen Mittelbezug und Objekt, der Index nur vereinzelte „Berührungspunkte" zwischen Mittelbezug und Objekt und das Symbol gar keine aufweise, d.h. arbiträr im Sinne de Saussures sei (vgl. Walther 1979, S. 62 ff.).

2. In Wahrheit ist es aber so, dass die Übereinstimmungsmerkmale zwischen dem Zeichen und dem von ihm bezeichneten Objekn nicht durch die Abbildung vom Mittelbezug auf den Objektbezug eines Zeichen definiert werden können – denn dort gibt es sie ja nicht mehr, da das Zeichen als Relation bei Peirce keine ontologischen Kategorien enthält, sondern dass diese zwischen einem Zeichenträger $\mathcal{M}$ und einem Ω definiert werden müssen. Der Mittelbezug M ist ja selbst nicht material, sondern eine Relation, und dasselbe gilt für den Objektbezug O. M und O haben somit mit $\mathcal{M}$ und Ω gar nichts zu tun, denn erstere sind semiotische, letztere aber ontologische Kategorien. Somit kann es zwischen zwei Relationen gar keine Übereinstimmungsmerkmale geben, ausser man wollte ihre Stelligkeit so definieren, aber M ist monadisch und O ist dyadisch, somit fällt auch dies dahin. Anderseits entstammt aber $\mathcal{M}$ als Zeichenträger selbst der realen Welt, der auch Ω angehört, ausser man wolle mit Star Wars $\mathcal{M}$ und Ω in diversen Welten plazieren. Somit besteht also eine Theorie der Übereinstimmungsmerkmale von Zeichen und bezeichnetem Objekt in der „möglichst iconischen" Abbildung einer Objektrelation mit ontologischen und einer Zeichenrelation mit semiotischen Kategorien:

$$\begin{array}{llll} OR = (& \mathcal{M}, & \Omega, & \mathcal{J}) \\ & \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow \\ ZR = (& M, & O, & I) \end{array}$$

Aus dieser Abbildung OR $\rightarrow$ ZR ersieht man ausserdem, dass die Abbildung selbst, die wir Ü nennen wollen, semiotisch ist (und also weder objektiv noch ein Hybrid aus semiotischen und ontologischen Versatzstücken).

3. Obwohl die Theorie der Übereinstimmungsmerkmal zwischen Zeichen und bezeichnetem Objekt hauptsächlich $\mathcal{M}$ und Ω betreffen, sind diese als „triadische Objekte" (Bense 1973, S. 71) ja einerseits in eine triadische Relation OR zusammen mit $\mathcal{J}$ eingebettet, anderseits beziehen sie sich aber auf die triadische Zeichenrelation (M,

O, I) (Bense 1973, S. 71). Wir müssen demnach zwischen monadischen, dyadischen und triadischen Übereinstimmungsfunktionen unterscheiden.

3.1. Monadische Übereinstimmungsfunktionen

Ü((3.a), (3.a))

Ü((2.b), (2.b))

Ü((1.c), (1.c))

Da a, b, c $\in$ {.1, .2, .3} und a, b, c $\in$ {.1, .2, .3}, gibt es je 3 Möglichkeiten, die zu je 9 Kombinationen, total also 27 Kombinationen kombiniert werden können.

3.2. Dyadische Übereinstimmungsfunktionen

Ü((3.a $\rightarrow$ 2.b), (3.a $\rightarrow$ 2.b))

Ü((2.b $\rightarrow$ 1.c), (2.b $\rightarrow$ 1.c))

Ü((3.a $\rightarrow$ 1.c), (3.a $\rightarrow$ 1.c))

Wiederum ohne Berücksichtigung von Ordnungsrestriktionen (wie bei den „regulären" Peirceschen Zeichenklassen), gibt es hier je 81, insgesamt also 243 Kombinationen

3.3. Triadische Übereinstimmungsfunktionen

Ü((3.a $\rightarrow$ 2.b $\rightarrow$ 1.c), (3.a $\rightarrow$ 2.b $\rightarrow$ 1.c))

Hier gibt es entweder $27^2 = 729$ oder $10^2 = 100$ Kombinationen, je nachdem, ob man das Peircesche Inklusionsprinzp ($a \leq b \leq c$) anwendet oder nicht und ob man es auch auf die ontologischen Klassen anwendet oder nicht. Wendet man es nur auf die semiotischen Klassen an, ergeben sich 27 x 10 = 270 Kombinationen.

4. Wenn man die Theorie der semiotischen Übereinstimmungsmerkmale zwischen einem Zeichen und seinem bezeichneten Objekt auf triadische Zeichenklassen abstützt, gibt es, falls man für OR alle 27 Fälle zulässt und für ZR nur die 10 als „regulär" definierten Zeichenklassen nimmt, also 270 Übereinstimmungsfunktionen, von denen in den ontologischen 9 iconisch sind – nämlich die folgenden:

3.1 2.1 1.1

3.1 2.1 1.2

3.1 2.1 1.3

3.2 2.1 1.1

3.2 2.1 1.2

3.3 2.1 1.1

3.3 2.1 1.2

3.3 2.1 1.3

und 3 von den semiotischen - nämlich die folgenden

3.1 2.1 1.1

3.1 2.1 1.2

3.1 2.1 1.3,

womit es also 9 x 3 = 27 iconische triadische Übereinstimmungsfunktionen gibt, nämlich, um sie aufzuschreiben:

1. $Ü^1$((3.1 2.1 1.1) → (3.1 2.1 1.1))
2. $Ü^2$((3.1 2.1 1.1) → (3.1 2.1 1.2))
3. $Ü^3$((3.1 2.1 1.1) → (3.1 2.1 1.3))
4. $Ü^4$((3.1 2.1 1.2) → (3.1 2.1 1.1))
5. $Ü^5$((3.1 2.1 1.2) → (3.1 2.1 1.2))
6. $Ü^6$((3.1 2.1 1.2) → (3.1 2.1 1.3))
7. $Ü^7$((3.1 2.1 1.3) → (3.1 2.1 1.1))
8. $Ü^8$((3.1 2.1 1.3) → (3.1 2.1 1.2))
9. $Ü^9$((3.1 2.1 1.3) → (3.1 2.1 1.3))
10. $Ü^{10}$((3.2 2.1 1.1) → (3.1 2.1 1.1))
11. $Ü^{11}$((3.2 2.1 1.1) → (3.1 2.1 1.2))
12. $Ü^{12}$((3.2 2.1 1.1) → (3.1 2.1 1.3))
13. $Ü^{13}$((3.2 2.1 1.2) → (3.1 2.1 1.1))
14. $Ü^{14}$((3.2 2.1 1.2) → (3.1 2.1 1.2))
15. $Ü^{15}$((3.2 2.1 1.2) → (3.1 2.1 1.3))
16. $Ü^{16}$((3.2 2.1 1.3) → (3.1 2.1 1.1))
17. $Ü^{17}$((3.2 2.1 1.3) → (3.1 2.1 1.2))

18. $Ü^{18}((3.2\ 2.1\ 1.3) \rightarrow (3.1\ 2.1\ 1.3))$

19. $Ü^{19}((3.3\ 2.1\ 1.1) \rightarrow (3.1\ 2.1\ 1.1))$

20. $Ü^{20}((3.3\ 2.1\ 1.1) \rightarrow (3.1\ 2.1\ 1.2))$

21. $Ü^{21}((3.3\ 2.1\ 1.1) \rightarrow (3.1\ 2.1\ 1.3))$

22. $Ü^{22}((3.3\ 2.1\ 1.2) \rightarrow (3.1\ 2.1\ 1.1))$

23. $Ü^{23}((3.3\ 2.1\ 1.2) \rightarrow (3.1\ 2.1\ 1.2))$

24. $Ü^{24}((3.3\ 2.1\ 1.2) \rightarrow (3.1\ 2.1\ 1.3))$

25. $Ü^{25}((3.3\ 2.1\ 1.3) \rightarrow (3.1\ 2.1\ 1.1))$

26. $Ü^{26}((3.3\ 2.1\ 1.3) \rightarrow (3.1\ 2.1\ 1.2))$

27. $Ü^{27}((3.3\ 2.1\ 1.3) \rightarrow (3.1\ 2.1\ 1.3))$

Da ja gilt: $Ü_{max} = (2.1)$, können wir die indexikalischen und besonders die symbolischen Klassen für eine Theorie der Übereinstimmungsfunktionen zwischen $\mathcal{M}$ und $\mathbf{\Omega}$ weglassen. Als zusätzliche numerische Bestimmung gilt natürlich

$Ü^{i}((3.a\ 2.b\ 1.c) \rightarrow (3.a\ 2.b\ 1.c)) \leq 1,$

d.h. ein Zeichen kann nie mehr Übereinstimmungsmerkmale mit seinem bezichneten Objekt haben als dieses Objekt selbst. (Dennoch wäre es faszinierend, dem letzteren Fall nachzugehen ... .).

Bibliographie

Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979